



Topografia

BÁSICA

3ª Edição

JOSÉ MACHADO JÚNIOR

Ficha Catalográfica

C672p Machado Júnior, José
Topografia Básica / José Machado Júnior– 3ª Ed.
Recife: 2026.

209p

ISBN 978-65-00-58023-5

Referências.

1. Planimetria. 2. Altimetria. 3. Automação
Topográfica 4. Levantamento Topográfico 5. Localização
Topográfica 6. Batimetria

CCD:620

AUTOR

José Machado Júnior

Natural de Recife, Brasil. Autor dos livros Topografia Geral e Topografia Básica, possui graduação e mestrado em Agronomia pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) e doutorado em Geografia pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). É professor de Topografia e Agricultura de Precisão, do Departamento de Tecnologia Rural da UFRPE, desde 2012, estando atualmente no quadro de professor Associado. Atua na Área de Topografia, desde 2008.

E-mail: machadojr@ufrpe.br

APRESENTAÇÃO

Este é um livro gratuito destinado aos alunos dos cursos Superiores e Técnicos, com intuito, e de forma didática, trazer os principais pontos da Topografia. Nele, estudaremos os passos da Topografia, desde a civilização egípcia até os modernos GNSS, Laser-Scan e Estações Totais. Espero que seja muito proveitoso para você e que o traga bons dias de estudo.

José Machado Jr.

SUMÁRIO

Unidade I – Introdução à Topografia	5
Capítulo 1 - Introdução à Topografia	6
Capítulo 2 - Equipamentos Topográficos	17
Capítulo 3 - Escalas	39
Unidade II – Planimetria	47
Capítulo 4 - Ângulos Importantes à Topografia	48
Capítulo 5 - Medições de Distâncias Horizontais	58
Capítulo 6 - Taqueometria.....	66
Capítulo 7 - Levantamento e locação Topográfica Planimétrica	71
Capítulo 8 - Cálculo de fechamento de poligonal.....	84
Capítulo 9 - Cálculo de Área.....	97
Unidade III – Altimetria	108
Capítulo 10 - Introdução à Altimetria	109
Capítulo 11 - Nivelamento Geométrico.....	131
Capítulo 12 - Perfil Longitudinal, Declividade e Seção Transversal	151
Capítulo 13 - Nivelamento Trigonométrico.....	172
Capítulo 14 - Curvas de Nível	176
Capítulo 15 - Batimetria.....	196
Capítulo 16 - Cálculo de Volume.....	201
Referências	208

UNIDADE 1

INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA

1. História da Topografia

No início do processo evolutivo do homem, o ser humano vivia de forma isolada, em pequenos grupos, conhecidos como homens das cavernas. Os primeiros povos que habitavam a Terra eram os nômades. Nessa época, o conceito de sociedade e vila ainda não existiam.

Após muitas adversidades, como a falta de comida e água, guerras e ataques de outros bandos e animais, o homem sentiu a necessidade de se estabelecer em um local fixo, tornando-o sedentário, e com o passar do tempo, criou uma sociedade simples, daí surgiu a necessidade de ocupar, delimitar, expandir e usar a terra de forma mais racional, sendo estes, os primeiros passos da civilização e da Topografia se encaminhando.

As atividades agrícolas e civis foram se desenvolvendo aos poucos, como criação de canais de irrigação, técnicas mais avançadas de cultivo e a construção de moradias, mais fortes e duradouras.

Para a continuidade desse desenvolvimento, o homem teve que aprimorar técnicas de Topografia, como determinação de alinhamentos, ângulos, localizações, posições, alturas, entre outros, porém, tudo ainda de forma primária, mas a sociedade cada vez mais aumentava, surgindo assim, instrumentos importantes para a Topografia para suprir esse avanço social.

A primeira sociedade constituída de vilas mais complexas foi a egípcia. Os egípcios eram bastante hábeis na produção agrícola, pois tinham o rio Nilo como principal fonte de água, e as experiências com as cheias do rio, deram embasamento para trabalhar com as dificuldades da agricultura. Nessa época, eles construíram as pirâmides para guardar os faraós mortos, afim de que, eles se eternizassem. Aprenderam técnicas de alinhamento, posição e ângulos, pois as pirâmides de Gizé, possuíam suas arestas voltadas para os pontos colaterais, ângulos quase que em 90° e as distâncias de suas bases não passavam de 20 cm de erro, se comparado entre elas.

Nessa época, criaram também a Groma Egípcia que era um instrumento bastante rudimentar, capaz de fazer alinhamentos, definir ângulos retos ou determinados por eles, nivelar, entre outras possibilidades. Também no Egito, existiram os primeiros profissionais responsáveis por fazer medições, os esticadores de cordas. Esses esticadores eram profissionais como se fossem os topógrafos de hoje. Eram responsáveis por fazer medições verticais, horizontais e ângulos, através de suas cordas de valores definidos por eles.

Posterior aos egípcios, vieram os fenícios, mesopotâmicos, chineses, hebreus, gregos e romanos.

Os povos fenícios construíram uma civilização rica e próspera, apresentavam capacidade em construções, sendo a obra mais importante, a construção do Templo de Jerusalém, na época do Rei Salomão. Os mesopotâmicos tinham bastante habilidade em construção de templos e túmulos, principalmente, com aspecto artístico evidente.

Ao longo dos anos, a sociedade humana se desenvolveu e com ela também se desenvolveram os instrumentos topográficos, de acordo com a necessidade de evolução da sociedade. De instrumentos rudimentares, como gromas, cordas, entre outros, surgiram instrumentos mais modernos, como os Teodolitos mecânicos, como por exemplo, o Teodolito Vasconcelos.

Mas a sociedade não parou, e construir já não demorava tanto tempo quanto anteriormente, e a necessidade de construções com mais acurácia em suas medições foram necessárias.

De Teodolitos mecânicos, com o avanço, foram criados os Teodolitos eletrônicos nos anos 80/90 até a chegada das Estações Totais e do uso com mais exatidão do GNSS, através da retirada do erro intencional nos anos 2000.

Contudo, o avanço ainda continua, hoje usamos as mesmas Estações Totais de anos atrás com acurácia maior e programas que facilitam seus trabalhos. GNSS com tecnologias para uso de metodologias de ponta, como o RTK, Drones também surgem para

uso de localização e Fotogrametria de alta resolução e Laser-Scan nos trazem uma imagem tridimensional de altíssima resolução, devido à grande capacidade de armazenamento de seus dados. E assim por diante, surgem novas técnicas, instrumentos e ideologias para representar o terreno e seus elementos.

2. Noções gerais da Topografia

a) Conceito

A origem da palavra Topografia vem dos significados gregos *Topos Graphen*, que significa para nós, **descrição de um lugar**.

Alguns autores definem Topografia, resumindo e unindo os pensamentos, como estudo de uma porção do terreno e seus elementos, não levando em conta a curvatura da Terra.

“A Topografia tem por objetivo o estudo dos instrumentos e métodos utilizados para se obter a representação gráfica de uma porção do terreno sobre uma superfície plana” (Doubek - 1989).

“A Topografia tem por finalidade determinar o contorno, dimensão e posição relativa de uma porção limitada da superfície terrestre, sem levar em

conta a curvatura resultante da esfericidade terrestre” (Espartel - 1987).

“A Topografia é uma ciência que estuda, projeta, representa, mensura e executa uma parte limitada da superfície terrestre não levando em conta a curvatura da Terra, até onde o erro de esfericidade poderá ser desprezível, e considerando os perímetros, dimensões, localização geográfica e posição (orientação) de objetos de interesse que estejam dentro desta porção” (Coelho Júnior *et al.* - 2020).

b) Geodésia

A Geodésia, palavra que vem do grego, ato de dividir a Terra, ou ainda estudo das divisões geográficas da Terra, é uma ciência capaz de estudar a Terra, seus limites, relevos, formas e posições de toda composição dela. Divide-se em Geodésia Física, Geodésia Geométrica e Geodésia por satélites, da qual a Topografia é um ramo da Geodésia Geométrica.

Tanto a Geodésia Geométrica, quanto a Topografia tem a função de estudar os limites, relevos, posições e localizações da

Terra. A diferença é que a Geodésia Geométrica estuda a Terra como um todo e partes dela, pois aceita a curvatura da Terra. A Topografia fica limitada a uma pequena porção da superfície terrestre por não aceitar a curvatura da Terra, pois tudo é projetado em um plano e para esta projeção ter o mínimo de erro possível, se limita a um determinado raio ou área.

Quando trabalhamos com Topografia, sempre pensamos no plano topográfico e na limitação do terreno, ou seja, todo instrumento que é elaborado para este tipo de trabalho é considerado um instrumento topográfico. Já o receptor de GNSS, por determinar a posição de qualquer ponto da superfície terrestre, não é um instrumento topográfico, e sim, geodésico, porém o resultado de seu produto, é um trabalho topográfico.

c) Divisão da Topografia

A divisão clássica da Topografia, divide ela em Topologia e Topometria. A topologia é um tipo de Topografia que não se atenta aos valores métricos como distâncias, ângulos, alturas, posições e localizações. Esta apenas se atenta ao formato do relevo, como por exemplo, uma montanha, nesse caso, é representada no relevo como um cone. É um tipo de Topografia bastante inexata e pouco explorada pelos engenheiros, topógrafos e estudiosos comuns da Topografia. Se compararmos os trabalhos desenvolvidos da Topografia, a Topometria engloba em torno de 99,9% e a Topometria apenas 0,1%.

A Topografia que estudaremos nesse livro é a Topometria, ou seja, todos os elementos são estudados de acordo com suas medidas, localizações, posições e se preza pela acurácia.

Desconsiderando a Topologia, a Topografia divide-se em Altimetria, Planimetria e Planialtimetria.

A Planimetria é um ramo da Topografia que tem por finalidade determinar o terreno, com seus contornos, dimensões e posições, em duas dimensões. Na Planimetria não se estuda o relevo da porção limitada da Terra, sendo este, despercebido.

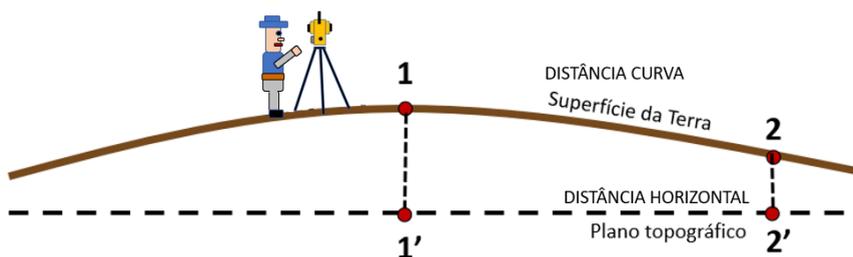
A Altimetria é um ramo da Topografia que tem por finalidade determinar o terreno, com seus contornos, dimensões e posições, em três dimensões. Para Altimetria, o estudo se baseia na altura em questão do terreno, formando o relevo e, por vezes, para estudar essa altura, necessitamos de valores planimétricos, como a distância horizontal para o Perfil, Declividade, Seção Transversal e Curva de Nível. Porém, o estudo é focado na variável principal da Altimetria. Não se deve confundir com Planialtimetria, pois nessa parte da Topografia, o estudo é focado nas variáveis planimétricas e altimétricas, como veremos a seguir.

Na Planialtimetria, o estudo ou até o produto final do trabalho são as variáveis altimétricas e as planimétricas, como por exemplo, o estudo dos limites de uma fazenda, posições, entre outros (Planimetria) em conjunto com as Curvas de Nível (Altimetria).

d) Erro por transformar o curvo em reto (Erro de Esfericidade)

Como vimos mais acima, nos conceitos de Topografia e Geodésia, a Topografia limita-se a uma pequena porção da superfície terrestre, visto que, necessita projetar todos os elementos no plano topográfico, e como foi dito, quanto maior essa transformação de curvo em plano reto, ocorrerá um erro, chamado de Erro de Esfericidade, como vemos na Figura 1.

Figura 1 – Plano topográfico e superfície da Terra.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Quando ocorre a transformação da superfície curva para o plano topográfico haverá o erro e quanto maior a distância ou área trabalhada, maior será este erro, como mostra-se a seguir:

Um grau (1°) de Coordenada Geográfica, equivale a 111,188763 km em distância curva da Terra e 111,177473 km em distância horizontal no plano topográfico, ou seja, quando ocorre essa transformação, temos o Erro de Esfericidade em torno de 11 m, conseqüentemente, em trabalhos com tamanhos menores o erro de esfericidade será menor.

Alguns autores definem que até 50 km de raio, ou seja, basicamente 1° do perímetro da Terra, é possível fazer trabalhos topográficos com erros desprezíveis, ou seja, um pouco abaixo dos 11 m de erro. Já outros autores, afirmam que, até 15 km de raio, o erro é admissível e poderá ser realizado o trabalho topográfico.

Porém, quando se trata de campo, até 2000 ha é economicamente viável, através da Topografia, acima dessa dimensão, deverá ser feito com recursos geodésicos, como o GNSS, por exemplo.

e) Levantamento e locação topográfica

O levantamento topográfico é um tipo de trabalho que tem como objetivo coletar os dados e elementos do campo, representados de forma ortogonal, em escala, em um papel ou gráfico para poder se estudar, analisar e fazer alterações.

A locação é o procedimento inverso do levantamento. Nela, deve-se, primeiramente, fazer um levantamento para analisar o projeto, e só assim, fazer alterações e a locação no campo. Esta locação consiste em pegar os elementos do papel e materializarem eles no campo.

Tanto o levantamento topográfico quanto a locação topográfica são procedimentos que se dividem em planimétricos, altimétricos e planialtimétricos, conforme o interesse em relação ao relevo.

Junto a planta desenhada, representando os elementos do terreno, deve-se unir a eles o Memorial Descritivo, ou seja, um documento, onde todo levantamento é descrito, em vez de números, se usam palavras e textos, afim de informar as características da propriedade. Deve-se indicar marcos, coordenadas, entre outras informações que sejam ratificadoras do trabalho em forma de planta.

f) Formas geométricas

A Topografia é a geometria aplicada ao terreno real. Tudo que se faz na Topografia, tem fundamento matemático e geométrico. Os contornos, dimensões e localizações envolvem a alguma figura geométrica. Seus elementos principais são ponto, linha, plano e volume.

f.1) Ponto

O ponto para a Topografia é a principal unidade geométrica, são neles que são formados os alinhamentos, áreas, volumes, posições, coordenadas, alturas, ou seja, uma infinidade de possibilidades, sendo base para todas as figuras e trabalhos topográficos. Normalmente, os pontos são materializados, de acordo com o tipo de trabalho e terreno específico, por tachas, pregos, parafusos, tintas, ou seja, algo durável e no lugar em que se materializou, não deve ocorrer movimentos, permanecendo sempre fixo e imutável.

f.2) Linha

A linha é uma unidade geométrica capaz de formar os alinhamentos dos planos, Alturas de Instrumentos, Alturas de Visadas, Cotas, Altitudes, Diferenças de Nível, e mais uma infinidade de possibilidades, inclusive o plano.

f.3) Plano

O plano é uma figura geométrica que consolida os contornos de uma propriedade. É nele que são projetados todos os trabalhos da Topografia, como o plano topográfico. Esse plano poderá ser horizontal, vertical ou inclinado, conforme o trabalho e o terreno.

f.4) Volume

O volume é a figura geométrica mais complexa de todas envolvidas. Ele é composto de pontos, linhas e planos, servindo para diversos trabalhos topográficos, como por exemplo corte e aterro.

CAPÍTULO 2

EQUIPAMENTOS TOPOGRÁFICOS

Na Topografia, para se fazer seus trabalhos, há necessidade do uso de equipamentos para medir, localizar, posicionar e averiguar o terreno. Estes equipamentos têm origem desde a civilização egípcia, como a Groma Egípcia até os equipamentos de hoje. No passar dos anos, muito se progrediu quanto aos equipamentos, principalmente instrumentos mais modernos e com maior acurácia.

Os equipamentos topográficos são divididos em instrumentos e acessórios. Neste capítulo, também vamos falar um pouco do GNSS, mas é importante saber que GNSS não é instrumentos topográfico, e sim, geodésico, por ter a capacidade de localizar qualquer ponto na superfície terrestre, porém, especificamente para a Topografia é usado, pois dentro das leis que regem a Topografia (plano topográfico e limitação de área), ele serve para conduzir e dar suporte aos trabalhos.

Dentre os instrumentos teremos Teodolitos, Níveis de Luneta, Estações Totais, os GNSS, Vantes, Distanciômetros Eletrônicos, Trenas, Lasers-scan, entre outros. Já para acessórios, temos Balizas, Miras-falante, Piquetes, Estacas-Testemunha, Níveis de Cantoneira, Bastões com prismas, Tripés, entre outros.

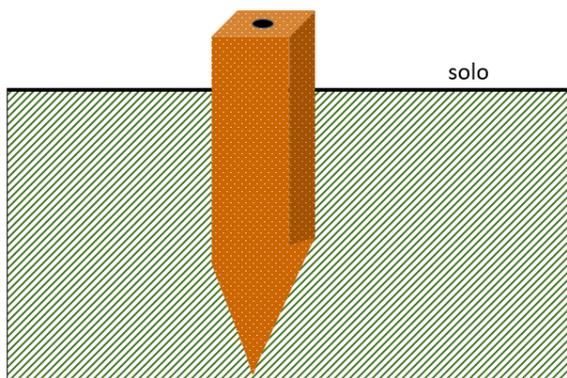
1. Acessórios topográficos

a) Acessórios de materialização de pontos

O principal acessório de materialização de pontos é o Piquete. Seu material pode ser composto de madeira ou plástico, ambos rígidos, duráveis e capazes de furar o solo e receber golpes de marretas, sem ser danificado.

No centro do Piquete, há um ponto pintado ou um prego para indicar o ponto topográfico. Os Piquetes são peças de aproximadamente 15 cm, em formato de paralelepípedo, porém no final, há uma ponta para fincar na terra, conforme a Figura 2.

Figura 2 – Piquete.

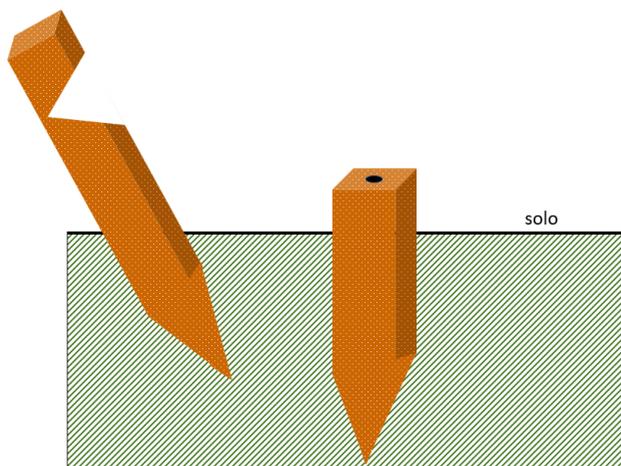


Fonte: Machado Júnior, 2026.

Os Piquetes devem apresentar-se com a parte superior, onde fica o ponto, com 2 a 3 cm acima do nível do solo (para ser avistado) e o restante abaixo do solo (para ser bem fixado).

Como os Piquetes são usados no campo, há possibilidades de se perder de vista, devido ao mato, cor do solo e também por estarem com apenas 2 cm expostos. Portanto, há necessidade de se ter outro acessório para ajudar na localizar dele, chamado de Estaca-testemunha, conforme Figura 3.

Figura 3 – Estaca-testemunha (esquerda) e Piquete.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

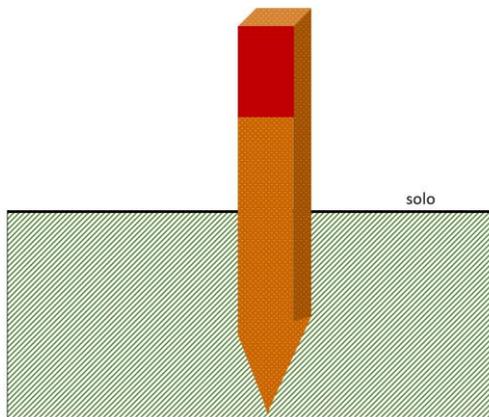
As Estacas-testemunha servem para testemunhar a presença dos Piquetes. Seu formato se assemelha bastante ao Piquete, porém é mais alongado, fino e em sua extremidade, normalmente, há um corte efetuado com característica de triângulo.

As Estacas-testemunha devem estar entre 40 a 50 cm distanciadas do Piquete, seu tamanho deve ser em torno de 40 e 50

cm, inclinadas para o sentido oposto do Piquete e seu corte para o sentido do Piquete (Figura 3).

Outro acessório importante são as Estacas, mas essas não são as Estacas-testemunha. Essas não possuem cortes e não são dispostas de forma inclinada. Essas servem para trabalhos altimétricos de levantamento (através de estaqueamento) e locação. Na locação, se escreve o valor que se quer fazer o corte (negativo) ou aterro (positivo) na própria estaca ou pinta-se uma faixa com o nível de terra que se quer retirar ou colocar no terreno, diferenciando o corte e aterro com a cor, por exemplo, verde para aterrar e vermelho para cortar, conforme Figura 4.

Figura 4 – Estaca.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Outras formas de materializar os pontos são através de pregos e tintas. As tintas devem possuir características químicas que fiquem no local indicado por muito tempo, evitando desgaste do

tempo e da natureza, como por exemplo, tinta esmalte sintético ou tintas-óleo. Tanto prego, quanto tintas são usados em locais extra-solo, pois os solos não são adequados para este tipo de acessório.

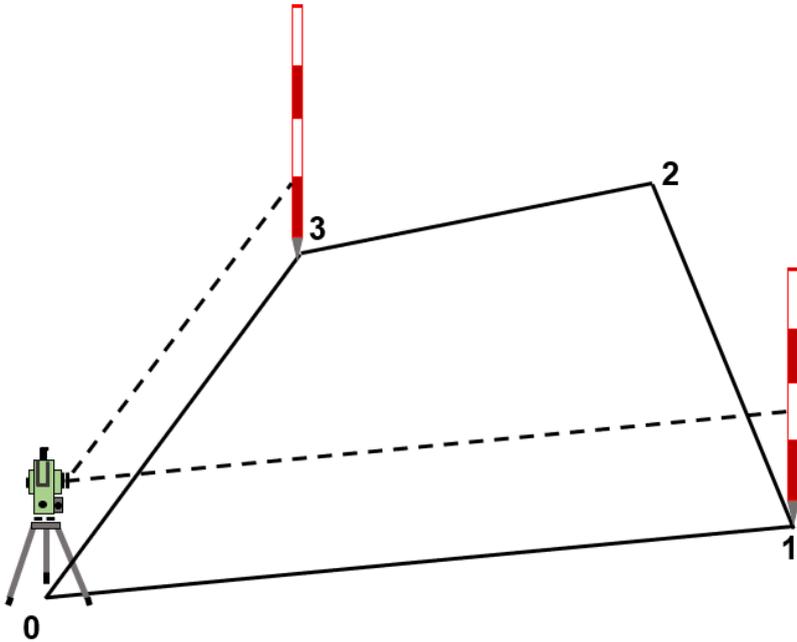
Balizas

As Balizas são acessórios que tem por finalidade auxiliar as medições de ângulos horizontais, estaqueamentos, medir distâncias horizontais, fazer Perfis, fazer Seções Transversais, criar ângulos retos para Quadriculação do terreno, ou seja, é o acessório mais usado na Topografia, atrás dos Tripés.

Em suas características marcantes, apresentam formato hexagonal alongada (ou arredondada), normalmente de madeira, mas podendo ser de ferro ou alumínio, com uma ponta de alumínio na parte inferior. Apresenta-se por 2 m de comprimento e nas cores vermelha e branca para contrastar com o solo marrom e amarelo, com o céu azul e a vegetação verde, ou seja, em cores menos encontradas na natureza.

Na Figura baixo (5), estão as Balizas servindo para medir o ângulo 3-0-1 da poligonal, em questão. Notem que, o ponto real está no chão, mas elas servem para elevar este ponto, para posteriormente fazer a medição do ângulo mais facilmente.

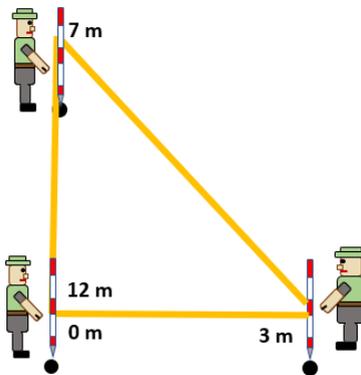
Figura 5- Medição de ângulos através de Balizas.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Como dito anteriormente, elas também servem para auxiliar a criação de ângulos retos para Quadriculação do terreno ou outra situação que necessite de ângulo reto, conforme Figura 6.

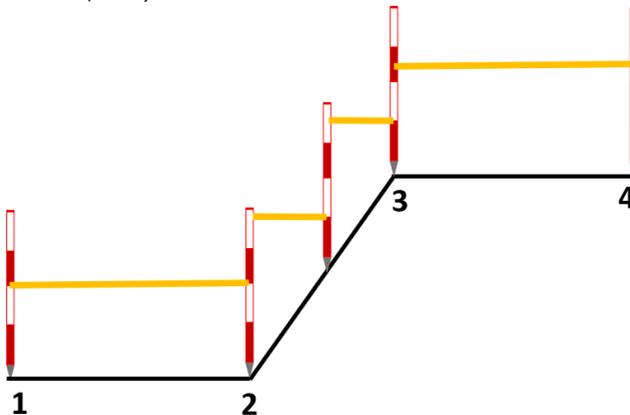
Figura 6 – Formação dos lados 3 m, 4 m e 5 m para obter o ângulo reto.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Na Figura 7 abaixo, as Balizas sendo utilizadas para auxiliar a medição de distâncias horizontais e também para auxiliar a usar segmentos de retas, quando uma trenada não é suficiente para medir o trajeto todo ou o relevo é muito íngreme.

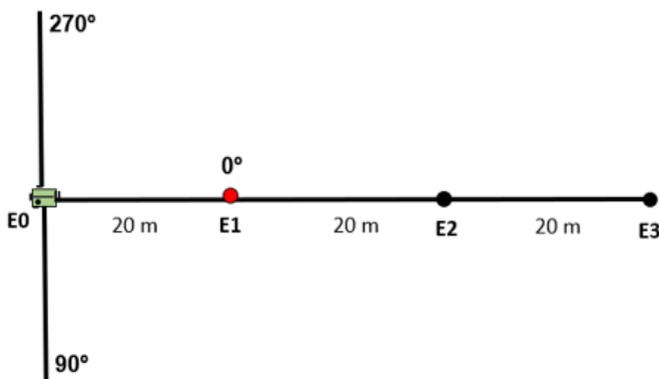
Figura 7 – Balizas auxiliando as medições de distâncias horizontais em relevo íngreme (vista de perfil).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Também se usa a Baliza para fazer o estaqueamento do Perfil Longitudinal e para gerar o ângulo perpendicular ao Perfil Longitudinal, formando a Seção Transversal, conforme Figura 8.

Figura 8 – Seção Transversal S0 sendo executada (vista superior).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

b) Miras-falante

As Miras-falante são um tipo de acessório que serve para auxiliar na Altimetria, através do Nivelamento Geométrico e Nivelamento Trigonométrico. A partir dos dados coletados delas, são elaboradas as Curvas de Nível, Perfis Longitudinais e Seções Transversais, para Altimetria. Na Planimetria, servem para auxiliar nas medições de distâncias horizontais, através da Taqueometria. As Miras-falante devem ser usadas, tanto para Altimetria, quanto Planimetria, de forma verticalizada. Sua composição é de alumínio e sua

gradação é em centímetros na parte frontal e milímetros na parte traseira, porém essa parte traseira, de longe, é de difícil visualização, cabendo comumente usar a parte frontal centimetrada, porém a leitura é em milímetros, em ambas situações (Figura 9).

Figura 9 – Mira-falante.

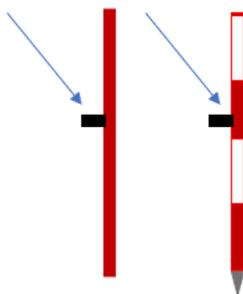


Fonte: Machado Júnior, 2026.

d) Nível de Cantoneira

O Nível de Cantoneira (Figura 10) é o acessório do acessório. Serve para auxiliar as Balizas e Miras-falante a estarem verticalizadas. Conta de dois pedaços de alumínio em forma de L, com um nível circular no vértice desse L ou preso nos próprios acessórios (Baliza e Mira-falante), quando vindos de fábrica.

Figura 10 – Posição do Nível de Cantoneira (em tamanho ampliado) nas Miras-falante e Balizas.

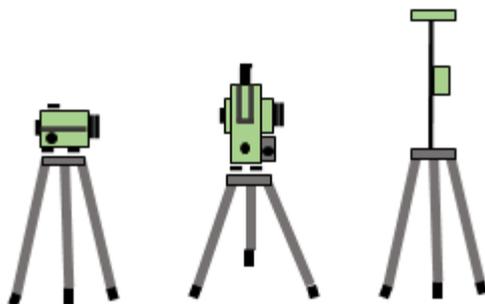


Fonte: Machado Júnior, 2026.

e) Tripés

Os Tripés (Figura 11) são acessórios que servem para dar sustento e auxiliam na calagem dos instrumentos. Os Tripés podem ser de madeira, hoje em dia não mais comum, e de alumínio. Os Tripés são utilizados nos Níveis de Luneta, Níveis a Laser, Lasers-Scan, Teodolitos, Estações Totais e GNSS.

Figura 11 – Em cinza, os Tripés servindo de suporte aos instrumentos.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

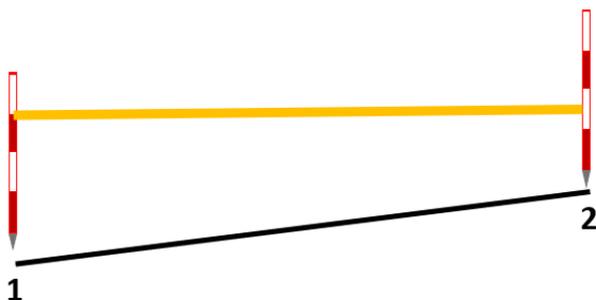
2. Instrumentos topográficos

a) Trensas

As Trensas são instrumentos, eletrônicos ou não eletrônicos, capazes de medir distâncias horizontais e verticais, principalmente é usada nas medições de distâncias horizontais. Sua exatidão será relacionada a maneira como ela é usada, ou seja, a acurácia dependerá mais do usuário do que dela.

Na Figura 12, a maneira correta de sua utilização para medir a distância horizontal entre dois pontos, independente da inclinação do terreno.

Figura 12 – Posição correta de uso da Trena.

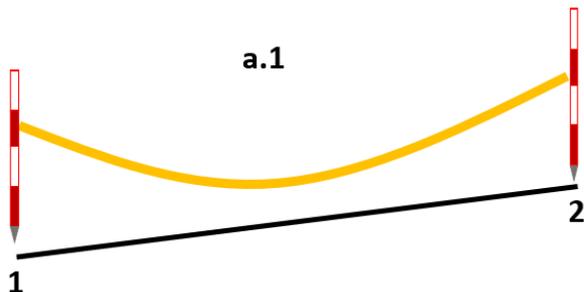


Fonte: Machado Júnior, 2026.

Se manuseada de forma errada, poderá gerar erros de pequenas ou grandes proporções, os erros mais comuns para medições de distâncias horizontais são:

a.1) Os Erros de Catenária acontecem quando a Trena tende a fazer uma curva para baixo, aumentando a distância entre os dois pontos, conforme a Figura 13.

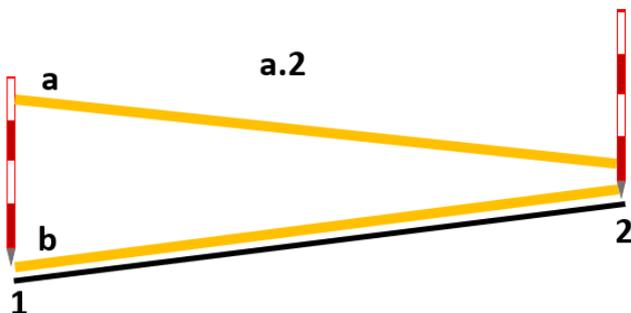
Figura 13 – Medição com erro de catenária.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

a.2) Erro de Falta de Horizontalidade da Trena ocorre quando não há um cuidado para que a Trena fique na horizontal, normalmente, acontece quando se coloca a Trena acompanhando a superfície (Figura 14, situação b) ou as pessoas que estão auxiliando com as Balizas não ficam atentas a horizontalidade (Figura 14, situação a).

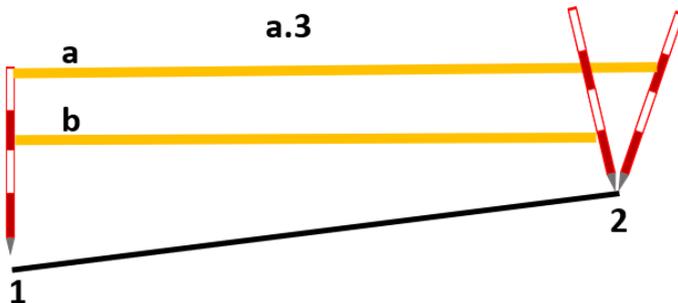
Figura 14 – Erro de falta de horizontalidade da Trena em duas situações.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

a.3) Falta de Verticalidade das Balizas é outro problema que pode ocorrer quando os balizeiros (auxiliares de topografia) não seguram corretamente as Balizas. Esse movimento incorreto ocasiona aumento (Figura 15, situação a) e diminuição (Figura 15, situação b) da distância correta, diminuindo a acurácia, inclusive causando erros extremamente consideráveis.

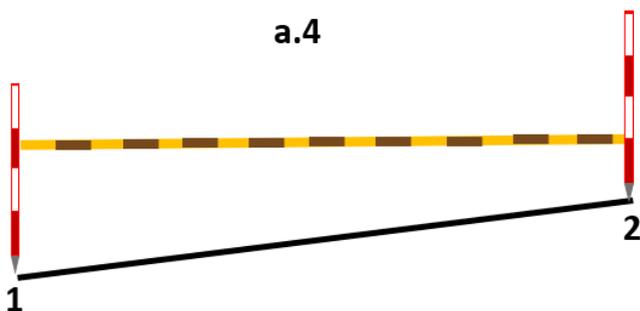
Figura 15 – Erros de falta de verticalidade das Balizas.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

a.4) Erro de Desvio Lateral ou Trena enrolada é muito comum e acontece, normalmente, quando o usuário é inexperiente. Deve-se tomar bastante cuidado para que isto não ocorra. A Trena deve estar totalmente esticada no mesmo lado dela. Essa situação aumenta a distância entre dois pontos, diminuindo bruscamente a acurácia (Figura 16).

Figura 16 – Erro de Trena enrolada. Em amarelo, um lado da Trena e em marrom, o outro lado.



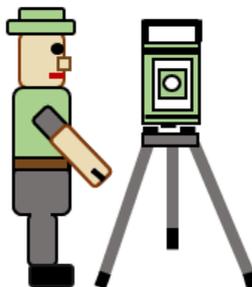
Fonte: Machado Júnior, 2026.

a.5) Erro de Dilatação - Dos quatro erros citados acima, se referem ao erro proveniente do ser humano, porém o Erro de Dilatação é do material. Ao contrário dos instrumentos eletrônicos, que se pode fazer calibrações para consertar suas distorções e acurácia ao longo do uso, após uma dilatação, não haverá conserto, tendo que se trocar a Trena.

b) Teodolitos

Os Teodolitos topográficos (Figura 17) são instrumentos responsáveis pelas medições de ângulos horizontais e verticais e distâncias com auxílio de fios estadimétricos. Foram instrumentos muito utilizados no passado e continuam até hoje, tendo como início no Brasil o modelo mecânico Vasconcelos e, posteriormente, o eletrônico. Apresentam de média a alta exatidão, dependendo do manuseio e da metodologia a ser empregada. Servem para fazer levantamentos e locações planimétricas, principalmente, e não armazena nenhum dado, sendo necessária uma Caderneta de Campo como essencialidade. Como o passar do tempo, houve a necessidade de diminuir as excessivas anotações e automatizar esses levantamentos, surgindo assim, as Estações Totais.

Figura 17 – Topógrafo usando o Teodolito.

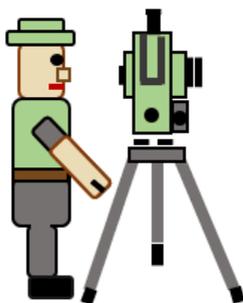


Fonte: Machado Júnior, 2026.

c) Estações Totais

As Estações Totais são instrumentos sucessores dos Teodolitos por apresentarem a possibilidade de fazer levantamentos sem a necessidade de Caderneta de Campo. Todos os pontos são armazenados na memória rígida que poderá ser descarregado em um pendrive ou na nuvem. Possui em seu interior também uma memória ram para calcular os dados e um distanciômetro eletrônico para medição de distâncias e coordenadas. Possui diversas funcionalidades, como medição por coordenadas e/ou ângulos e distâncias, podendo o seu prisma ser customizável ou ainda, não necessitar utilizar dele, fazendo com o que o usuário faça o trabalho literalmente sozinho (Figura 18).

Figura 18 – Topógrafo usando Estação Total.



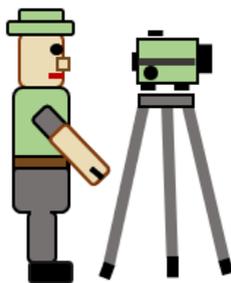
Fonte: Machado Júnior, 2026.

d) Níveis de Luneta

Os Níveis de Luneta são os principais instrumentos da Altimetria. Eles servem para medir distâncias horizontais, através da Taqueometria, com auxílio dos fios estadimétricos superior e inferior e medir ângulos horizontais, porém a acurácia para ângulos é muito ruim, tendo como precisão 1° . As medições de ângulos servem apenas quando se faz as seções transversais, pois não carecem de tanta exatidão para o ângulo formado entre o eixo longitudinal e o eixo transversal.

Apesar de medir ângulos e distâncias horizontais, o principal intuito, deste instrumento, é medição de distâncias verticais. Esses instrumentos, estando perfeitamente calibrados e com manuseio correto, se comparados a GNSS, Estações Totais, Teodolitos e VANTs são muito superiores, em acurácia. Também se comparados a esses instrumentos citados, em questão, o preço é bem mais acessível, tornando-o número 1 na Altimetria (Figura 19).

Figura 19 – Topógrafo usando o Nível de Luneta.

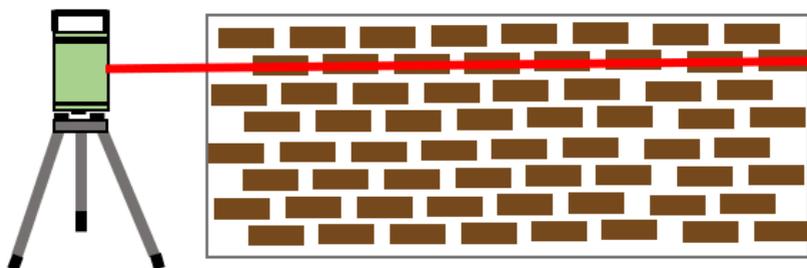


Fonte: Machado Júnior, 2026.

e) Níveis a Laser

O Nível a Laser é um instrumento topográfico usado na construção civil, capaz de fazer alinhamentos verticais e horizontais e marcações altimétricas a laser. Seus principais tipos são ponto-a-ponto, rotatório e cruz (Figura 20).

Figura 20 – Nível a Laser fazendo um alinhamento horizontal.

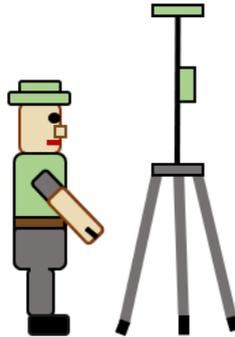


Fonte: Machado Júnior, 2026.

f) GNSS

Os Sistemas Globais de Navegação por Satélites (SGNS), em inglês, *Global Navigation Satellite System* (GNSS) são uma série de tecnologias, instrumentos e equipes responsáveis pela localização de cada ponto da superfície terrestre, através dos receptores (Figura 21), localizados pelos satélites que emitem ondas de rádio, em algumas frequências. Os quatro sistemas existentes são o GPS, GLONASS, GALILEU e COMPASS.

Figura 21 – Topógrafo usando o receptor de GNSS.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Para o usuário ter sua localização Altimétrica, em qualquer ponto da superfície terrestre, são necessários pelo menos a captação de 4 satélites, 3 para localizar espacialmente e 1 para fazer a sincronização entre eles, sendo que, com 4 satélites a exatidão é baixíssima, sendo, quanto mais satélites, melhor para uma ótima localização. Já para se ter a localização planimétrica necessita de 2 satélites para localizar-se cartesianamente e mais 1 para sincronizar, mas com apenas três satélites leva a mesma justificativa da altimétrica, quanto mais satélites, melhor.

Alguns instrumentos usam um sistema híbrido, formado pelo GLONASS e GPS, para captação de mais satélites, melhorando, e muito sua localização.

f.1) Sistemas

GPS

Pioneiro e mais conhecido o GPS (*Global Positioning System*), construído pela empresa Rockwell, iniciou os lançamentos dos satélites em 1978 e foi utilizado para fins militares, foi liberado para atividades civis em 1995 com erro intencional. Nessa época, o erro era entre 100 e 200 m, só assim, no ano de 2000, o Governo americano desativou o código SA (*Selective Availability*), e então, esse erro intencional foi retirado.

Sua constelação é composta por 24 satélites a 20200 km da superfície terrestre, distribuídos em 6 planos orbitais de 4 satélites, cada.

GLONASS

Posterior ao GPS, foi criado o GLONASS (*Global Navigation Sputnik System*), pelos russos em 2011. Assim como o GPS, possui 24 satélites em sua constelação a 19000 km de distância da Terra, distribuídos em 3 planos orbitais de 8 satélites, cada.

O COMPASS

O COMPASS é um sistema de navegação por satélite chinês, tendo como principal característica, possuir satélites Geoestacionários. O Programa engloba o BEIDOU-1, BEIDOU-2 e BEIDOU-3.

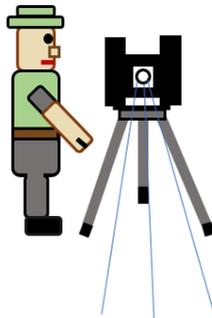
GALILEU

O sistema Galileu, foi criado em resposta as criações dos sistemas GPS, GLONASS e BEIDOU, visto que, esses teriam sido criados para fins militares. Com sede em Praga, possuindo 2 centros de operações (Itália e Alemanha), o sistema possui 24 satélites, distribuídos em 3 planos orbitais de 8 satélites cada a 23220 km de distância da Terra.

g) Lasers-scan

Os Lasers-scan são instrumentos capazes de medir o terreno em forma de nuvem de pontos (x, y e z), criando uma representação tridimensional, em forma de modelagem numérica do terreno. São instrumentos que apresentam grande capacidade de armazenamento de dados, já que trabalham como nuvem de pontos (Figura 22).

Figura 22 – Topógrafo usando o Laser-Scan.



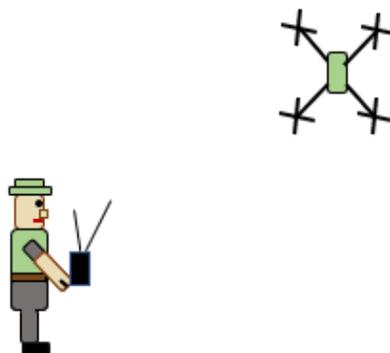
Fonte: Machado Júnior, 2026.

h) VANTs

Os VANTs são instrumentos que se movimentam através de um controle e uso do GNSS, comandado por um usuário não tripulado. São classificados em aviões, helicópteros e drones (Figura 23).

Usam a fotogrametria, como principal forma de representar o terreno a ser medido.

Figura 23 – Usuário comandando um drone.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

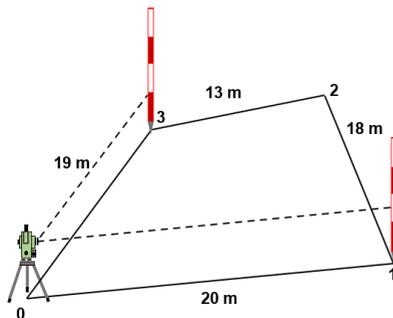
1. Conceito

Para representação do relevo, se faz necessário o uso da escala, pois se tem como objetivo, na representação, diminuir o tamanho real do objeto, afim de que, se façam análises, alterações, estudos, entre outros.

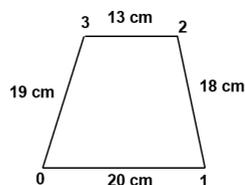
A escala é uma relação métrica, proporcional, entre o objeto real e ele representado, mantendo seus ângulos. Essa proporção deve ser igual para todos os lados da poligonal a ser trabalhada, conforme Figura 24.

Figura 24 – Relação (1:100) de dimensões proporcionais entre real e desenho.

CONDIÇÃO REAL EM PERSPECTIVA



Representação no desenho

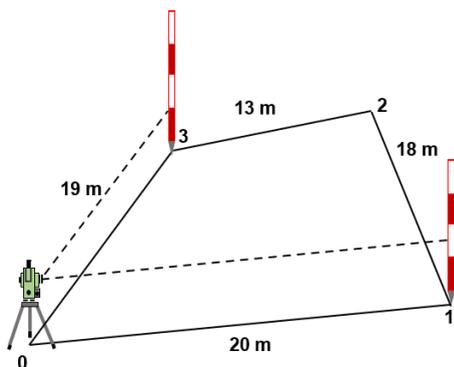


Fonte: Machado Júnior, 2026.

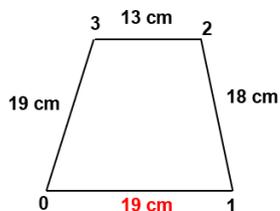
Contudo, se todo o desenho estiver proporcional e apenas um lado não estiver, não estamos usando a escala, conforme a Figura 25.

Figura 25 – Relação não totalmente proporcional entre real e desenho.

CONDIÇÃO REAL EM PERSPECTIVA



Representação no desenho



Fonte: Machado Júnior, 2026.

2. Forma da escrita da escala numérica

As escalas podem ser escritas com dois pontos ou uma barra, ambas simbolizando a divisão, como por exemplo, 1:30 e 1/30.

3. Escalas de ampliação, real, redução e tamanhos

As escalas podem se apresentar de três maneiras: real, ampliação e redução.

As escalas reais são aquelas que apresentam o mesmo tamanho entre o real e o desenho, representada na proporção 1:1. Já as escalas de ampliação são aquelas em que o real é menor que o desenho, representadas na proporção 20:1, 300:1, por exemplo. Ambas situações não são objetos de nosso estudo, já que os terrenos são bem maiores que suas representações, necessitando a escala de redução que compreende uma proporção onde o desenho é menor do que o real e representada, por exemplo, por 1:20, 1:300.

Quando falamos de tamanho da escala, vem logo a ideia de planta, carta e mapa. De forma geral, entre 1:1 e 1:10000 é planta, entre 1:10000 e 1:500000 é carta e abaixo de 1:500000 é mapa. Esse conceito é um pouco relativo e pode ser mais tolerável, mas comumente se chama de planta representações entre 1:1 e 1:10000. Se fizermos uma relação em 1:10000, verificaremos que a cada 1 cm de representação serão 10000 cm do tamanho real, ou seja, 100 m. Mas se fizermos uma escala, com as mesmas dimensões dos 100 m, representada no desenho por 0,5 cm, teremos uma escala de 1:20000. Como podemos ver, o mesmo objeto real, sendo representado por dois tipos de escalas distintas, podem ter a conotação de planta ou carta, ou seja, não é o tamanho do objeto a se definir o conceito de planta ou carta, mas sim a escala. Na

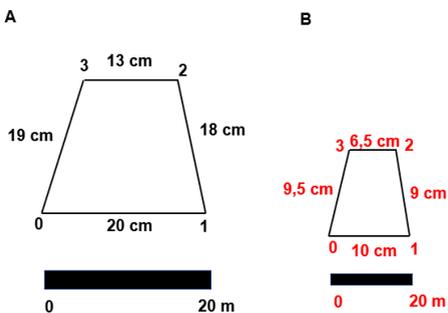
minha opinião, se fosse representado por 1:20000, continuaria sendo planta. Mas se ficarmos tolerando essa margem chegaríamos a situações mais desproporcionais. Então, como partida, devemos seguir a indicação de planta, carta ou mapa, citada acima, respeitando esses critérios, porém com certa margem de tolerância.

4. Tipos de escalas

As escalas podem ser representadas por gráficos ou números. A escala numérica estabelece a proporção do real e o objeto, em forma de divisão numérica. Ela é representada, por exemplo por 1:20. Uma desvantagem da escala numérica é que se houver uma dilatação, ampliação ou redução do papel, haverá perda total da proporcionalidade, sendo assim, não estará mais em escala.

Já nas escalas gráficas, que são formas de representar a proporcionalidade entre o real e objeto através de gráficos, essa perda de proporcionalidade não acontece, pois, o gráfico acompanha a ampliação, redução e dilatação do papel (Figura 26).

Figura 26 – Em A o desenho do papel sem sofrer alterações e em B houve redução do tamanho do papel.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Notem que em A, na escala numérica o valor é de 1:100. Esse desenho sofreu redução acidental ou proposital em B. Caso se tivéssemos apenas a escala numérica 1:100, e desconsiderando a escala gráfica, o tamanho real do alinhamento (0-1) do objeto passaria dos verdadeiros 20 m para 10 m, ou seja, alterou totalmente o trabalho, mas como tem a escala gráfica, o tamanho do alinhamento diminuiu pela metade, mas a escala também diminuiu pela metade, mantendo a proporcionalidade, garantindo os 20 m.

5. Escolha do papel e escala

Para não ficar tentando adivinhar a escala, de acordo com o tamanho do papel, existem critérios importantes que podemos seguir para acertar na mosca o tamanho da escala, de acordo com o tamanho do papel.

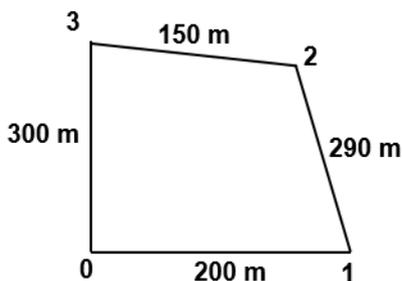
Primeiramente, deve-se escolher o papel que se quer trabalhar, entre os tamanhos da série A: A4, A3, A2, A1 e A0. Essa escolha vai depender do tipo de trabalho a ser realizado.

Posterior, deve-se saber as dimensões maiores que o tamanho real abrange (Figura 27), que se vai representar e relacionar com o tamanho do papel. Para ser mais prático, vamos seguir esse exemplo:

Passo 1: Escolha do papel e determinação das distâncias

Papel A4 (210 mm x 297 mm) e tamanhos reais 200 m e 300 m.

Figura 27 – Poligonal com medições.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Notem que, essa poligonal tem várias medidas, mas estamos falando em até onde em X e Y (cartesiano) nessa figura abrange para relacionar com o tamanho da folha de papel. Nesse caso, as maiores medidas são 300 m e 200 m, para X e Y.

Passo 2: Relacionar os tamanhos reais com o do papel. Sendo o maior do real com o maior do papel e fazendo a divisão para achar as escalas.

$$E = 300 \text{ m} / 297 \text{ mm} (0,297 \text{ m}) = 1010,1010101$$

$$E = 200 \text{ m} / 210 \text{ mm} (0,21 \text{ m}) = 952,3809$$

Após os cálculos, encontramos as escalas de 1:1010 e 1:952. Se usássemos escalas maiores (exemplo: 1:500), o desenho não iria caber no papel, mas se usarmos escalas menores (exemplo: 1:1100) os desenhos iriam caber no papel. Também é importante usar escalas ideais que são aquelas arredondadas, como múltiplos de 10, 20, 25, 30, 40, 50, 75, entre outras.

Notem que, se escolhermos a escala 1:1000, vamos suprir apenas uma das escalas, já que a 1:1010 encontrada é menor do que 1:1000. Nesse caso, se escolhermos 1:1500 (que é escala ideal também), será possível, pois serve tanto para 952, quanto para 1010, sendo 1500 menor do que as duas.

Passo 3: Definido a escala é só fazer a representação.

O alinhamento 0-1, possui 200 m no real, usando a escala 1:1500, ou seja, a cada 1 cm teremos 1500 cm (15 m), então, 200 m será representado por 13,3334 cm. Já o alinhamento 1-2, de valor 290 m, será representado por 19,334 cm, o alinhamento 2-3 de valor

150 m será representado por 10 cm e o alinhamento 3-0, de valor 300 m por 20 cm.

UNIDADE 2

PLANIMETRIA

CAPÍTULO 4

ÂNGULOS IMPORTANTES À TOPOGRAFIA

Topografia é baseada em distâncias, ângulos, localizações e posições, elementos estes, responsáveis pela formação dos contornos e dimensões dos terrenos.

Os ângulos são elementos fundamentais na formação da figura geométrica gerada pelos trabalhos da Topografia. Por isso, estudar os ângulos, torna-se um importante passo ao desenvolvimento de nosso estudo. A Goniologia é ciência que estuda, de modo geral, os ângulos, enquanto os goniômetros são instrumentos responsáveis por leituras desses ângulos, e comumente utilizados na Topografia.

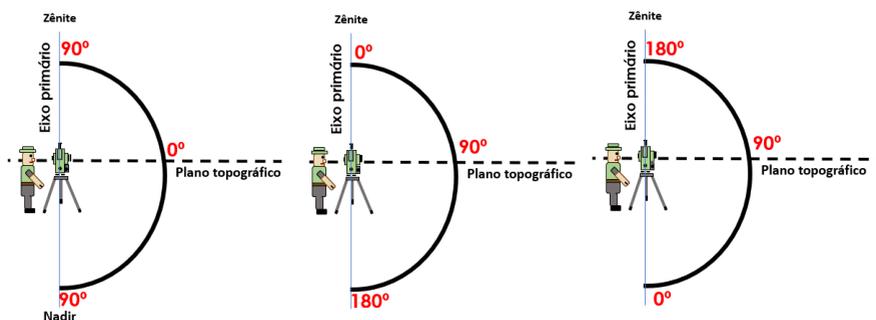
Na Topografia, os ângulos são divididos em horizontais e verticais. Enquanto os verticais dividem-se em Nadiral, Inclinação (Topográfico) e Zenital, os horizontais dividem-se em Diretos, Deflexões e Orientados.

Nos verticais, os ângulos de Inclinação começam no plano topográfico até o Zênite (90°) e até o Nadir (90°). Os Nadirais começam no Nadir (0°) e vai até Zênite (180°), enquanto os Zenitais começam no Zênite (0°) e vão até o Nadir (180°) (Figura 1).

Nos horizontais, os ângulos Diretos dividem-se em internos e externos. Internos são aqueles que estão dentro da poligonal e os

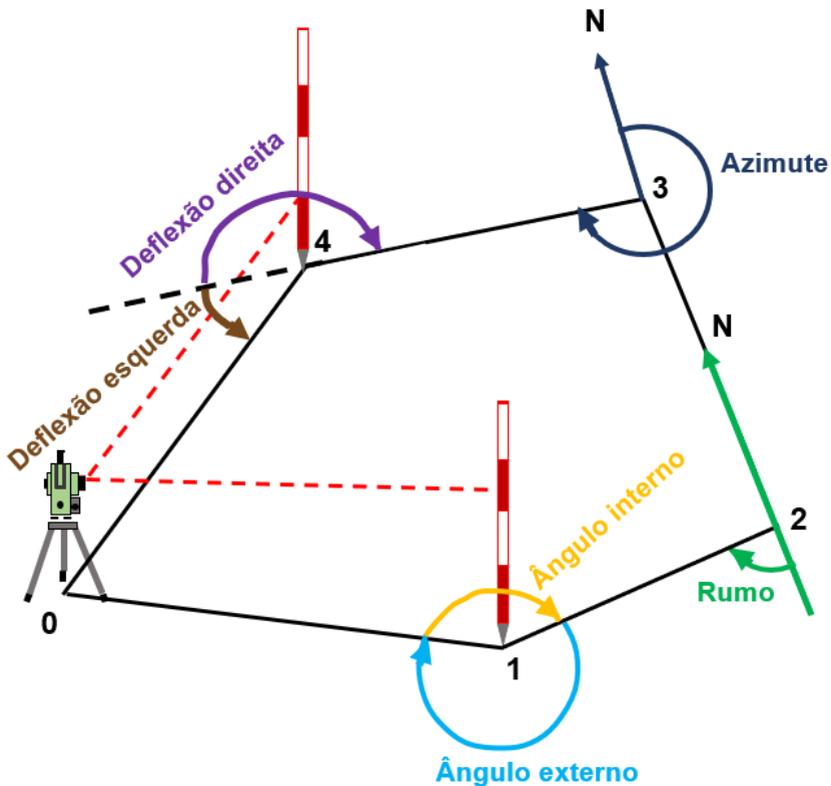
externos são aqueles fora da poligonal. As Deflexões dividem-se em Deflexões para direita e Deflexões para esquerda. A Deflexão para direita é aquela que começam na projeção de um dos lados da poligonal e vai até o alinhamento, no sentido horário. Já a Deflexão para esquerda, começa na projeção da poligonal e segue no sentido anti-horário. E por fim, os Orientados dividem-se em Rumos e Azimutes, sendo o primeiro começa no Norte ou no Sul e vai até o alinhamento, no sentido horário ou anti-horário, onde estiver mais próximo do alinhamento. Esse ângulo varia de 0° a 90° e são constituídos dos pontos colaterais NE, NO, SE e SO. Já os Azimutes começam no Norte, no sentido horário (Figura 2).

Figura 1- Ângulos verticais: na esquerda ângulo de Inclinação, no centro ângulo Zenital e na direita ângulo Nadiral.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Figura 2 – Ângulos horizontais: diretos, azimute, rumo e deflexões.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

1. Norte Magnético, Norte Verdadeiro e Declinação Magnética

Quando falamos em Planimetria, logo precisamos elencar os principais elementos, distâncias, ângulos, posição e localização.

Posição e localização são palavras que são as vezes confundidas. Enquanto a primeira, é relacionada à orientação Norte-Sul, a segunda é relacionada às coordenadas do ponto, alinhamento ou plano.

Em se tratando de ângulos de orientação, logo pensamos na linha Norte-Sul, Porém não existe apenas um Norte. Para a Topografia existem dois: Norte Verdadeiro e Magnético

O Norte Verdadeiro ou Norte Geográfico é um plano que é perpendicular à Linha do Equador, começando no Polo Norte até o Polo Sul, dividindo a Terra ao meio.

O Norte Magnético ou Norte da Bússola, é um plano que aponta para a região onde se encontra a concentração de ferro fundido, no Centro-Norte da Terra. O Norte Magnético muda de lugar para lugar e com o passar do tempo, no mesmo lugar.

A Relação entre o Norte Verdadeiro e o Norte Magnético é um ângulo, Declinação Magnética. Esse ângulo, como o Norte Magnético, é mutável, ele também é mutável com o passar do tempo e diferente em cada região. A mutação do Norte Magnético ocorre 10' por ano, chegando até 25°, ao chegar a esse valor o Norte Magnético começa a ser mutável para o lado inverso até chegar aos 25° de diferença em relação ao Norte Geográfico, só que para o lado contrário, ou seja, leva-se 300 anos para ele dar a

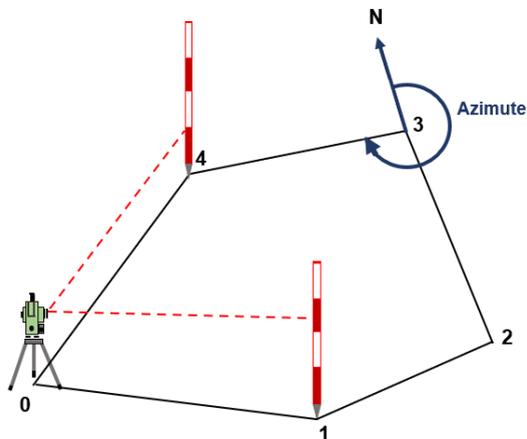
volta completa. A Declinação Magnética pode ser para a direita, esquerda ou nula, esta quando os dois nortes se coincidem.

Antigamente era muito comum o uso do Norte Magnético, pois era um meio mais fácil de se obter a posição, e só assim, fazer a transformação. Como hoje em dia o acesso aos receptores de GNSS se tornou algo rotineiro, fica muito mais fácil já a inclusão nos projetos o Norte Verdadeiro, já que o Norte Magnético é mutável e as normas recomendam e/ou exigem o Norte Verdadeiro nos trabalhos.

2. Azimute e Rumor

Como falamos, o Azimute é ângulo de orientação com algumas características importantes. O ângulo começa no Norte, podendo ser Verdadeiro ou Magnético, e dá um giro completo até 360° , sempre no sentido horário. O Azimute da poligonal sempre começará no Norte e irá até o alinhamento em questão, podendo ter vários azimutes na mesma poligonal (Figura 3).

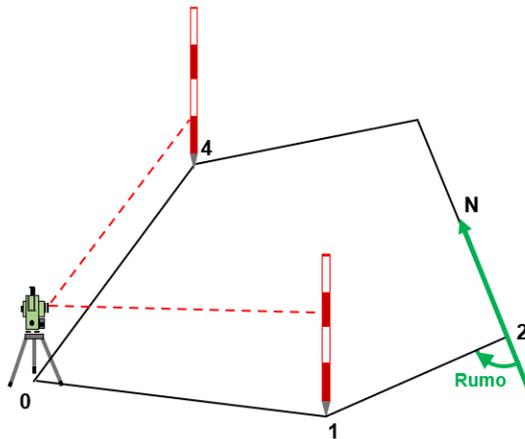
Figura 3 – Exemplo de Azimute 3-4 na poligonal.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

O Rumo também é outro ângulo de orientação, porém de característica diferente do Azimute, já que sempre começará no Norte ou no Sul, no sentido horário ou anti-horário, onde estiver mais perto do alinhamento. É caracterizado por estar entre 0° a 90° , sempre utilizando os pontos colaterais NE, SE, NO e SO, como expressão do ângulo. Na mesma ideologia dos Azimutes, existem Rumos Magnéticos e Verdadeiros, a depender da linha Norte-Sul e podem conter diversos Rumos na mesma poligonal (Figura 4).

Figura 4 – Exemplo de Rumo 2-1 SE na poligonal.



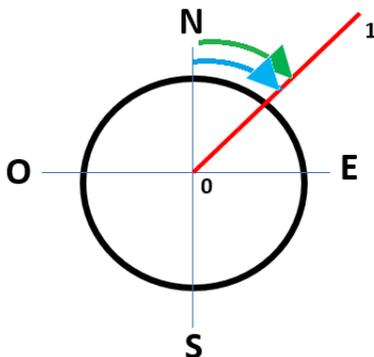
Fonte: Machado Júnior, 2026.

a) Conversão Azimute-Rumo no alinhamento

No quadrante Nordeste, como sabemos, o Azimute começará no Norte no sentido horário. O Rumo, também partirá do Nordeste, já que começará do mais próximo do alinhamento, assim tanto Azimute como Rumo são iguais, conforme Figura 5.

$$AZ = R$$

Figura 5 – Azimute e Rumo no quadrante Nordeste.

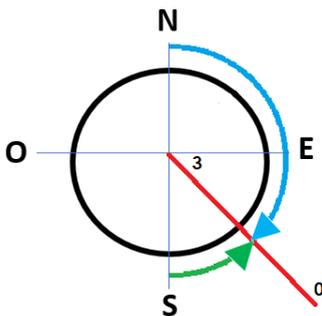


Fonte: Machado Júnior, 2026.

No quadrante Sudeste, como sabemos, o Azimute começará no Norte no sentido horário. O Rumo, partirá do Sul, já que começará mais próximo do alinhamento, assim Azimutes e Rumos se complementam formando 180° , conforme Figura 6.

$$AZ+R = 180^\circ$$

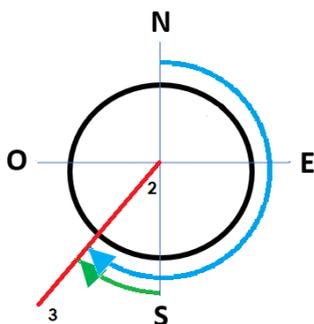
Figura 6 – Azimute e Rumo no quadrante Sudeste.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

No quadrante Sudoeste, como sabemos, o Azimute começará no Norte no sentido horário. O Rumo começará no Sul, já que começará mais perto do alinhamento, assim Azimutes e Rumos se suplementam a partir de 180° , tendo como fórmula a expressão **$180^\circ + \text{Rumo} = \text{Azimute}$** , conforme Figura 7.

Figura 7– Azimute e Rumo no quadrante Sudoeste.

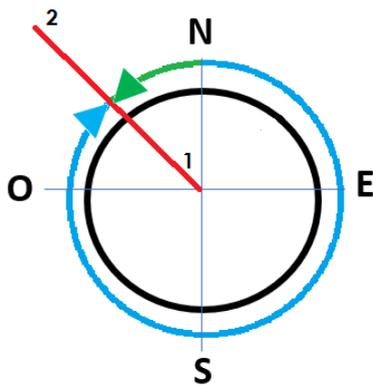


Fonte: Machado Júnior, 2026.

No quadrante Noroeste, como sabemos, o Azimute começará no Norte no sentido horário. O Rumo, partirá do Norte, já que começará mais próximo do alinhamento, assim, Azimutes e Rumos se complementam formando 360° , conforme Figura 8.

$$\text{AZ} + \text{R} = 360^\circ$$

Figura 8– Azimute e Rumo no quadrante Noroeste.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

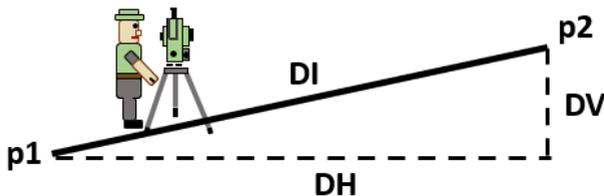
CAPÍTULO 5

MEDIÇÕES DE DISTÂNCIAS HORIZONTAS

1. Distâncias topográficas

Em Topografia, para formação das figuras geométricas, além dos ângulos, necessitamos conhecer as distâncias. Quando usamos a Planimetria, a única distância que nos importa para representação do terreno é a distância horizontal, apesar de existirem no campo outras distâncias. Para Altimetria interessa principalmente a distância vertical, porém fazem parte do relevo ainda as distâncias naturais, inclinadas e horizontais (Figura 9).

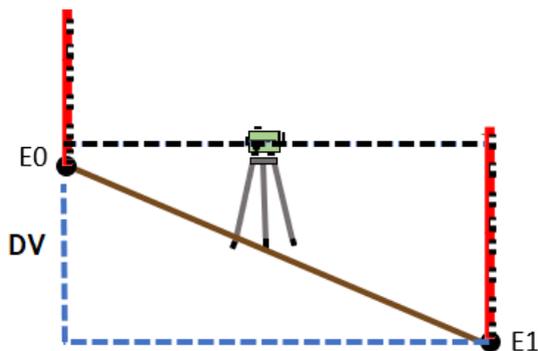
Figura 9 – Distância horizontal (DH), distância vertical (DV) e distância inclinada (DI).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

A distância vertical, principal usada na Altimetria, é uma distância entre dois pontos perpendicular ao plano topográfico. As principais distâncias verticais são Cota, Altitude e Diferença de Nível, abordadas no capítulo de Introdução à Altimetria (Figura 11).

Figura 11 – Distância vertical sendo medida pelo Nível de Luneta com auxílio de Miras-falante.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

2. Conceito de Precisão e Exatidão

Em Topografia, precisão é um termo muito utilizado que as vezes é confundido com outro termo, a exatidão, ou por muitas vezes, para alguns, apresentam o mesmo significado.

Precisão é a capacidade de o instrumento fazer inúmeras medidas e elas estarem próximas umas das outras. Daí chamamos de um instrumento preciso, ou seja, ele possui muita coerência entre suas leituras, porém não significa exatidão.

A exatidão ou acurácia é a capacidade de se chegar ao valor verdadeiro ou real. Um instrumento pode ter boa precisão, mas pode fugir do valor verdadeiro, por exemplo, numa medição de distância.

As medições podem ter boa precisão e ruim exatidão, ruim exatidão e boa precisão e boa exatidão e precisão. Vamos imaginar o exemplo a seguir:

Digamos que o valor verdadeiro seja 8000 mm e façamos algumas medições, nas condições A, B e C. Na condição A, medimos com o instrumento e tivemos os seguintes valores: 6000 mm, 9000 mm e 7000 mm. Nesta condição, podemos verificar que o instrumento apresentou ruim exatidão pelos valores estarem longe de 8000 mm e ruim precisão por eles estarem longes entre si. Na condição B medimos e tivemos os seguintes valores: 6001 mm, 6007 mm e 6010 mm. Nessa situação, as medições foram precisas, pois todas as medições estão pertinho, porém muito longe da condição real, então temos, ruim exatidão e boa precisão. Na condição C, será a mais desejada que é boa exatidão e precisão, pois teremos os seguintes valores: 8001 mm, 8002 mm e 8000 mm. Notem que, as três medições estão próximas umas das outras e também muito próximas dos valores verdadeiros.

Se fala muito em alta, média e baixa exatidão e não há um consenso do que é alto, médio e baixo, até porque são palavras relativas. Para tentar padronizar esta situação, foi proposta a seguinte classificação, segundo o livro Machado Júnior, 2022.

Classificação de nível de exatidão, proposta por Machado Júnior 2022.

Classe de exatidão	Valores de exatidão
Altíssima exatidão	abaixo de 1 milímetro
Alta exatidão	entre 1 mm e 9 mm
Média exatidão	entre 1 cm e 9 cm
Baixa exatidão	entre 10 cm e 99 cm
Baixíssima exatidão	entre 1 m e 9 m
Hipoexatidão	abaixo de 10 m

3. Tipos de medições

De acordo com a metodologia do instrumento, as medições podem ser do tipo visual, direta e indireta.

a) Medição visual

As medições visuais são aquelas que servem para se ter noção do tamanho do terreno, para então, providenciar os equipamentos e a equipe necessária ao trabalho.

Esse tipo de medição tem baixíssima exatidão, depende da experiência do topógrafo para diminuição de erros visuais, pois com pouca experiência, este erro pode ainda ser maior. Serve também para verificar os possíveis problemas e informar o preço do serviço.

b) Medições diretas

As medições diretas são feitas através de contagem ou leituras, sem alguma variável externa a isso, como por exemplo, o tempo ou relação trigonométrica. Dentre as medições diretas, a Trena possui altíssima acurácia, se usada de maneira correta, e as demais possuem baixa a média acurácia, como passo médio (baixa) hodômetro (média) e as medições relativas que não usam os sistemas internacionais de medição, como pé, mão, polegada (verdadeira), corda, entre outros.

Os pés, cordas, polegadas, mão, entre outros, apresentam relatividade em suas medições, pois a mesma mão de uma pessoa não servirá para medir da outra. Então, são medições apenas para se ter ideia dos tamanhos, não considerando para trabalhos topográficos de alta e altíssima exatidão, ou seja, são medições amadoras.

Os hodômetros são instrumentos que medem o terreno através de rodas e seus cálculos são feitos através do perímetro do círculo e quantas voltas ele deu durante o trajeto. Em um terreno plano e perfeito, sua exatidão é alta, se seguido em linha reta, mas em terrenos normais, onde possui uma quantidade de imperfeições, essas medições tornam-se de média a baixa acurácia.

Os passos-médios são outra maneira de se medir de forma direta, mas com intuito de se ter apenas ideia do tamanho do terreno. Como outros tipos de medição, é também relativo e é determinado através de várias passadas. Para se obter o passo

médio de uma pessoa, se faz a partir de uma medição já conhecida, como por exemplo, se dá 100 passadas em 50 metros, significa que o passo médio da pessoa é de 0,5 m. E partir do passo médio já estabelecido da pessoa se faz a medição. A acurácia é baixa e essa variação de acurácia vai depender do próprio topógrafo, em realizá-lo de forma mais homogênea.

c) Medições indiretas

As medições do tipo indiretas são aquelas que requerem o uso de alguma varável adicional a contagem ou leitura. As principais são: a medição indireta a laser e a taqueometria.

As medições indiretas a laser são realizadas por instrumentos que se utilizam do laser para fazer medições de distâncias verticais e horizontais. Seu princípio parte de um feixe de luz que sai do instrumento até o objeto e, através do tempo, é calculado no próprio instrumento, a distância em questão entre o instrumento e o objeto. O instrumento mais comum é o Distanciômetro Eletrônico, muito usado no passado para auxiliar os levantamentos com goniômetros, pois estes, só faziam ler ângulos. Estes distanciômetros foram substituídos pelo uso das Estações Totais que as usam este mesmo recurso para fazer leituras de distâncias. As Trenas Eletrônicas também são instrumentos que usam desse tipo de tecnologia para medição.

O uso do laser para medir distâncias tem suas vantagens e desvantagens em relação as medições convencionais, como a

Trena comum. O vento é um fator importante que atrapalha o uso das Trensas comuns. A autonomia de fazer sozinho o trabalho é outra vantagem importante também, porém, há situações no campo, como folhas no caminho do feixe ou de medir objetos fora do ponto, fazem com que essas medições, sejam feitas de forma cautelosa e com pessoas com vasta experiência, mas de forma geral, é o melhor método de medição, se comparado as vantagens e desvantagens.

Outro método de medição indireta é a Taqueometria. Este método mensura a distância horizontal de um determinado trecho, através de Trigonometria. Nela se usam leituras dos fios superior e inferior na luneta, como veremos no próximo capítulo.

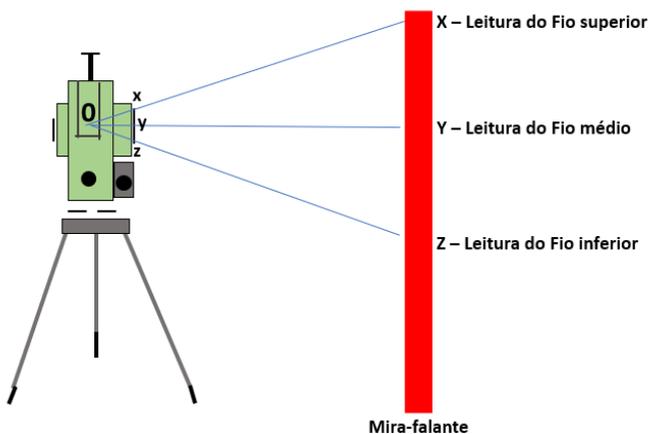
CAPÍTULO 6

TAQUEOMETRIA

A Taqueometria é método de medição de distância horizontal, do tipo indireta não eletrônica. Sua exatidão varia de alta a média, e tem como princípio, a medição da distância horizontal, através de triângulos e seus elementos.

Na prática, quando o usuário visualiza na Mira-falante os três fios estadimétricos, temos a seguinte situação, de acordo com a Figura 12.

Figura 12 – Geração dos triângulos imaginários a partir dos fios superior, médio e inferior, partindo do centro de origem do instrumento até as leituras nas Miras-falante.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

a) Para luneta em 0° no plano horizontal:

Nessa situação, por semelhança de triângulos, temos a seguinte fórmula:

$$\frac{OY}{Oy} = \frac{XZ}{xz}$$

Onde OY é igual a distância horizontal e XY o fio superior – fio inferior, seguindo a resolução da fórmula:

$$\frac{DH}{Oy} = \frac{FS - FI}{xz}$$

Oy é a distância horizontal focal (d) e xy é a altura focal (h).

$$\frac{DH}{d} = \frac{FS - FI}{h}$$

Para facilidade nas leituras, essa relação entre d e h (d/h) são sempre iguais a 100, padrão de todos instrumentos topográficos.

$$DH = \frac{d(FS - FI)}{h} \qquad DH = 100(FS - FI)$$

Como as leituras nos fios são feitas em milímetros, o resultado dessa fórmula será em milímetros, mas se quisermos a resposta em metros, teremos que dividir por 1000, já que 1 metro é igual a 1000 mm.

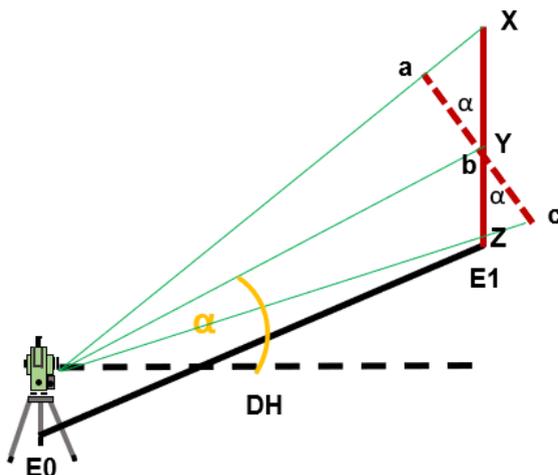
$$DH = \frac{\cancel{100}(FS - FI)}{\cancel{1000}} \qquad DH (m) = \frac{(FS - FI)}{10}$$

E assim, teremos a fórmula da distância horizontal, através de Taqueometria, para situações onde a luneta esteja a 0° em relação ao plano topográfico, DH = Leitura do fio superior – leitura do fio inferior, dividido por 10, para resultado em metro.

- b) Para situações que a luneta esteja fora dos 0° em relação ao plano topográfico

Para formação da semelhança de triângulos, há necessidade em que a luneta esteja a 0° do plano topográfico, o que pode não ocorrer em terrenos muito íngremes, conforme a Figura 13.

Figura 13 – Simulação da Mira-falante inclinada, na posição que deveria ocorrer (abc), para termos a semelhança de triângulos, mas que não é possível em campo.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Sabemos que na posição 0° do Teodolito, a DH é igual a OY, conforme Figura 12, porém, como a luneta está virada em um determinado ângulo, deve-se virtualmente inclinar a Mira-falante na mesma angulação da luneta para que se recrie a semelhança de triângulos, porém OY não será mais a DH.

Então, devemos usar as seguintes fórmulas, considerando a Figura 13:

$$\mathbf{DH} = \text{Cos } a \times \text{OY} \text{ (fórmula 1)}$$

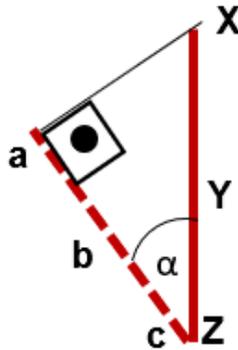
$$\mathbf{OY} = (f_s - f_i) \text{ da mira inclinada (fórmula 2)}$$

Colocando o $\text{OY} = (f_s - f_i)$ na fórmula 1, temos:

$$\mathbf{DH} = (f_s - f_i) \times \text{Cos } a \text{ (fórmula 3)}$$

Porém, na prática não se lê fs-fi (inclinada), se lê FS-FI (verticalizada). Faremos a conversão, conforme a Figura 14:

Figura 14 – Conversão FS-FI por fs-fi.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

$\underline{\text{Cos}} \alpha = (\text{fs-fi}) / \text{FS-FI}$, ou seja,

fs-fi = $\underline{\text{Cos}} \alpha \times \text{FS-FI}$ (fórmula 4)

Colocando a fórmula 4 na fórmula 3, teremos:

$\text{DH} = \text{Cos} \alpha \times \text{FS-FI} \times \text{Cos} \alpha$, ou seja,

$\text{DH}_{(m)} = \frac{(\text{FS-FI}) \times \text{cos}^2 \alpha}{10}$ (fórmula final em metros)

10

CAPÍTULO 7

LEVANTAMENTO E LOCAÇÃO TOPOGRÁFICA PLANIMÉTRICA

1. Conceito

Levantamento topográfico planimétrico é o conjunto de ações no campo com intuito de coletar informações geométricas necessárias para representação do terreno, sem considerar o relevo. Essas informações contam com ângulos horizontais, distâncias horizontais, coordenadas e orientação.

Existem diversos tipos de levantamentos topográficos planimétricos, das quais podemos destacar: poligonação, irradiação, intersecção, ordenadas e coordenadas.

Como todo trabalho, deve-se visualizar o terreno antes de iniciar o trabalho, fazer um croqui, observar todos perigos, obstáculos, definir a equipe e escolher os equipamentos mais adequados, inclusive a metodologia que mais se adequa ao trabalho.

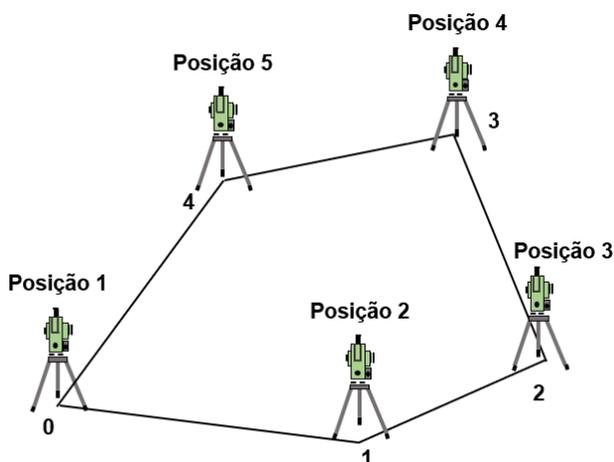
Após a conclusão do levantamento topográfico, e se houver necessidade, se faz a locação topográfica, que consiste no procedimento inverso ao levantamento topográfico.

2. Tipos de levantamento

a) Poligonização

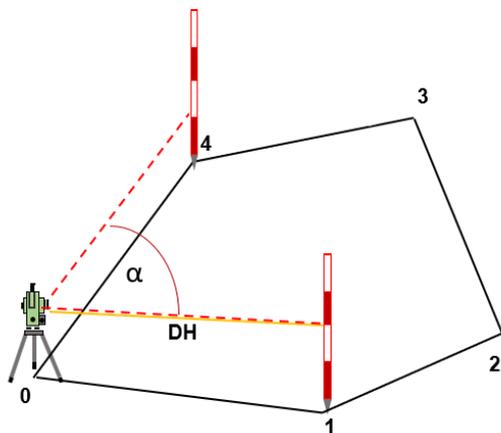
A metodologia da Poligonização, também chamada de Caminhamento, muito utilizada com Teodolitos, tem por finalidade para delimitar poligonais, principalmente fechadas. Dar-se por caminhar (Figura 15) por todos os vértices da poligonal, no sentido anti-horário, fazendo todas as leituras dos ângulos (sentido horário) e medições de distâncias horizontais nos alinhamentos em questão (Figura 16), além de, fazer a orientação de cada vértice, pelo Azimute Verdadeiro.

Figura 15 – Posições percorridas no caminhamento. Para cada posição mede-se um ângulo e pelo menos uma distância.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Figura 16 – Medições de ângulos e distâncias horizontais.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Inicialmente, o topógrafo instala o Instrumento no vértice 0, onde fará a centragem e calagem do instrumento. Centrar é colocar o centro do instrumento para que o eixo principal dele passe no ponto topográfico e calagem é fazer com que ele fique no plano topográfico, através dos parafusos calantes e níveis tubulares e circulares. Após centrar e calar no vértice 0, imaginando que são, por exemplo 3 vértices (0, 1 e 2), ele configura o instrumento para que aponte para o Norte Verdadeiro, através do GNSS, ou Magnético através de bússola e faz a leitura do Norte até o alinhamento 0-1, determinando o Azimute 0-1. Após isso, faz a leitura do ângulo do vértice 0, mirando para o vértice 2, zerando angularmente o instrumento e o girando até o vértice 1. E por último, nesse vértice, faz as leituras dos alinhamentos 0-1 e 0-2.

Terminado o vértice 0, o topógrafo vai ao vértice 1 para fazer a centragem e calagem nesse vértice. Os azimutes a partir de agora já não precisam ser lidos e sim calculados, pela fórmula específica. Nesse vértice, se faz a leitura do ângulo 1 e medições dos alinhamentos 1-2 e, voltando para comparar, 1-0. Após esse procedimento, retira cuidadosamente o instrumento e vai ao último vértice. Nesse vértice faz a leitura do ângulo 2 e os alinhamentos 2-0 e 2-1.

Após todos esses passos e preenchimento na Caderneta de Campo, leva-se ao escritório para correção de erros, confecção da planta e do Memorial Descritivo.

a.1) No escritório, se verifica os erros angulares:

No escritório deve-se verificar o erro angular e verificar se deve compensar ou refazer o trabalho, de acordo com a fórmula da tolerância.

Nas poligonais, a soma dos ângulos internos deve seguir a fórmula abaixo, de acordo com a quantidade de lados:

Soma dos ângulos internos = (número de lados-2) x 180°

Para triângulo: 180°

Para retângulo: 360°

Para pentágono: 540°

Para hexágono: 720°

Ao verificar o erro angular, deve-se ficar atento a tolerância. Caso o erro for maior do que a tolerância, deve-se refazer o trabalho, caso o erro for menor, deve-se distribuir o erro. A tolerância é: $T = 1' \sqrt{n}$

a.2) Correções

Caso o erro seja menor do que a tolerância, iremos fazer a distribuição do erro nos vértices da poligonal, para tanto, vamos seguir o seguinte exemplo:

Estação	Pontos visados	DH(m)	Ângulos internos	Correções	Ângulo Corrigido
0	1	20	90°00'30"		
1	2	24	29°57'00"		
2	0	21	60°01'00"		

No somatório dos ângulos, temos: 179°58'30". Para se chegar aos 180°, ficou faltando 1'30". A tolerância, nesse caso, é de: 1,73', então, pode-se distribuir os erros nos vértices, da seguinte maneira:

$$1'30'' / 3 \text{ (quantidade de vértices)} = +30'' \text{ por vértice.}$$

Estação	Pontos visados	DH(m)	Ângulos internos	Correções	Ângulos corrigidos
0	1	20	90°00'30''	+30''	90°01'
1	2	24	29°57'00''	+30''	29°57'30''
2	0	21	60°01'00''	+30''	60°01'30'

a.3) Cálculos de Azimutes

Fórmula: (Azimute anterior + ângulo interno) = AZx

Situações:

- a) Se AZx for < que 180°, somam-se 180° a AZx
- b) Se AZx for entre 180° e 540°, subtraem-se 180° de AZx
- c) Se AZx for > que 540°, subtraem-se 540° de AZx

Estação	Pontos visados	DH (m)	Ângulos corrigidos	Azimutes	
				Lido	Calculado
0	1			130°	
1	2	24	29°57'30''		
2	0	21	60°01'30''		
0	1	20	90°01'00''		

Nesse caso, temos:

$29^{\circ}57'30'' + 130^{\circ} = 159^{\circ}57'30''$, então, **situação a**, soma-se 180°.

$$AZ_{1-2} = 339^{\circ}57'30''$$

$60^{\circ}02'00'' + 339^{\circ}57'30'' = 399^{\circ}59'30''$, então, situação b), subtrai 180°.

$$AZ_{2-0} = 219^{\circ}59'30''$$

$90^{\circ}00'30'' + 219^{\circ}59'30'' = 310^{\circ}$, então, situação b), subtrai 180° .

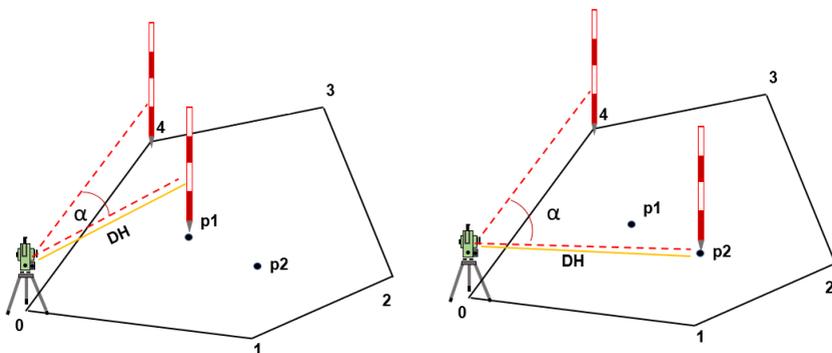
$$AZ_{0-1} = 130^{\circ}$$

Estação	Pontos visados	DH (m)	Ângulos corrigidos	Azimutes	
				Lido	Calculado
0	1			130°	
1	2	24	29°57'30''		339°57'30''
2	0	21	60°01'30''		219°59'30''
0	1	20	90°01'00''		130°00'00''

b) Irradiação

A Irradiação ou Coordenada Polar, é um tipo de levantamento utilizado para pequenas áreas com objetivo de se determinar os detalhes, através de ângulos e distâncias (Figura 17). Normalmente, se complementa com a Poligonação. Nesse tipo de levantamento, não há como controlar o erro.

Figura 17 – Método da Irradiação: medição de p1 e p2.

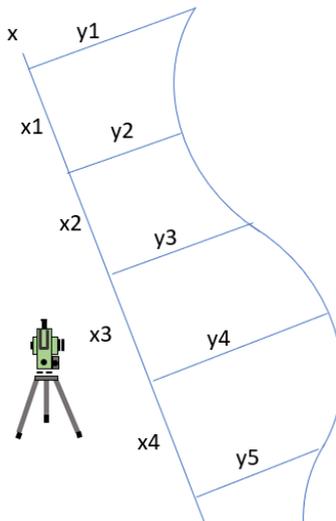


Fonte: Machado Júnior, 2026.

c) Ordenadas

É um método não rotineiro capaz de levantar terrenos com forma senoidal. Se utiliza de uma linha auxiliar (x) e diversas linhas perpendiculares (y), afim de se obter a representação daquele terreno, conforme a Figura 18. Quanto mais linhas y, melhor será representada área.

Figura 18 – Levantamento por Ordenadas.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

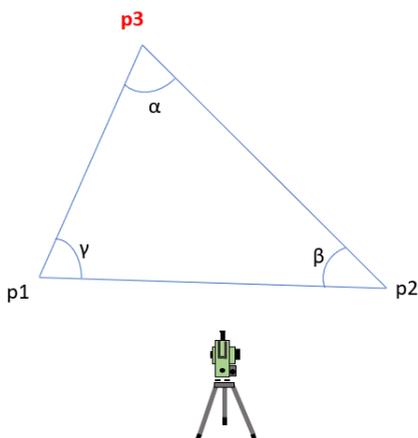
d) Interseção

O método da Interseção, também chamada de método das Coordenadas Bipolares, é usado quando não se tem acesso a um dos vértices da poligonal. As distâncias até o ponto inacessível são conhecidas através da Lei dos Senos, conforme Figura 19.

Lei dos senos:

$$\frac{p1 \ p2}{\text{sen } \alpha} = \frac{p2 \ p3}{\text{sen } \gamma} = \frac{p3 \ p1}{\text{sen } \beta}$$

Figura 19 – Levantamento por Interseção, onde p3 é o ponto inacessível.



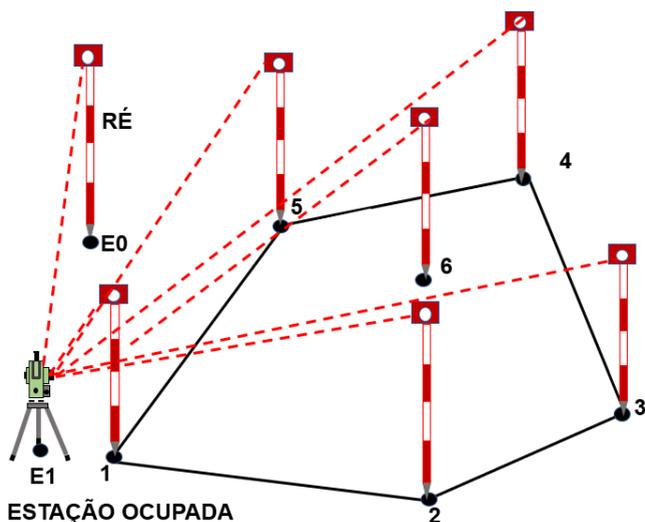
Fonte: Machado Júnior, 2026.

e) Coordenadas

O método do levantamento por Coordenadas, muito utilizado por Estações Totais, permite levantar a área a partir de coordenadas X e Y, no caso de Planimetria e X, Y e Z, no caso de Altimetria.

Utiliza-se pontos de apoio, como Estação Ocupada (E1) e Ré (E0), para criar um sistema de coordenadas, quer seja, relativa ou absoluta, e só assim, se faz as captações dos pontos, determinando as coordenadas de cada um deles, formando as figuras geométricas, representativas do terreno. Serve tanto para levantar os contornos dos terrenos, quanto os detalhes (Figura 20).

Figura 20 – Levantamento por Coordenadas.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Quando de uma estação não é possível captar todos os pontos do trabalho há necessidade da troca de estação. A troca de estação dar-se por amarrar os pontos de apoio da Estação 2 (Estação ocupada e Ré), nos pontos já determinados da Estação 1, antes de se fazer o trabalho de coleta dos pontos que estarão faltando.

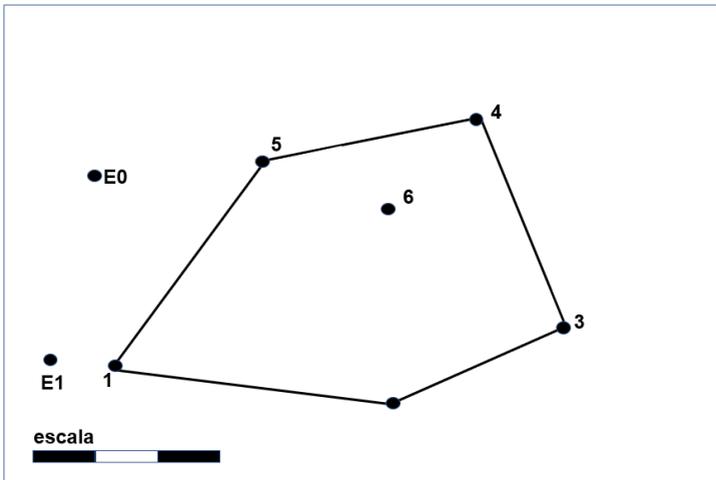
3. Locação topográfica planimétrica

A locação é o método contrário do levantamento. Primeiro se faz o levantamento topográfico, após isso, se faz as correções e alterações necessárias numa planta gráfica ou no papel e depois realiza-se a locação.

Passo 1: Levantamento (Figura 20).

Passo 2: Visualização do projeto no CAD (Figura 21).

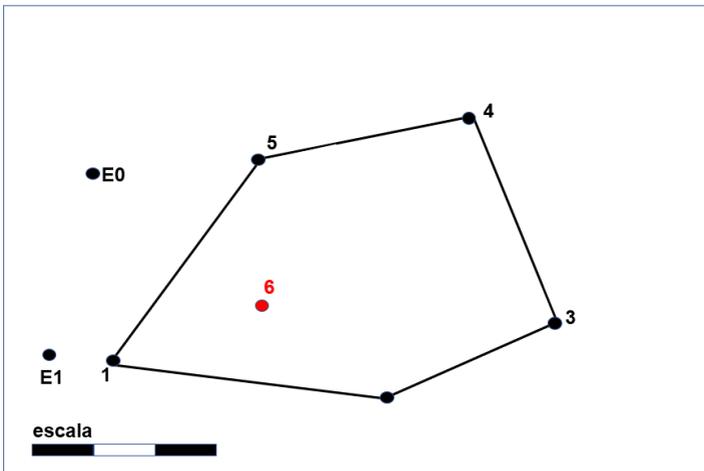
Figura 21 – Levantamento da Figura 20 no CAD.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

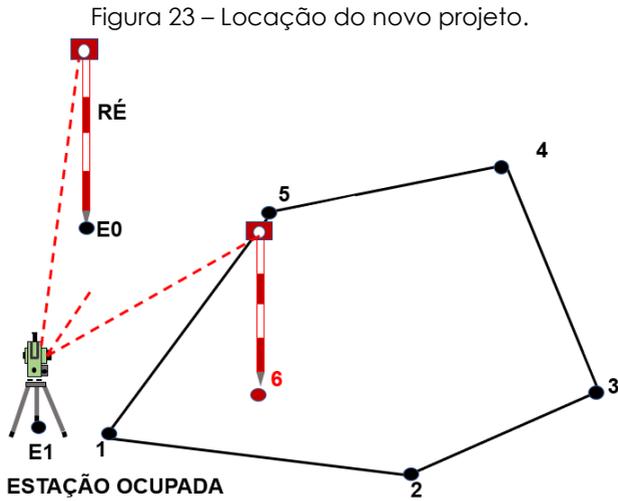
Passo 3: Alteração do projeto no CAD (Figura 22):

Figura 22 – Alteração do projeto no CAD



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Passo 4: Locação do novo projeto (Figura 23):



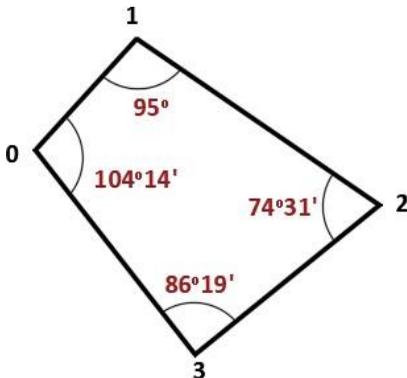
Fonte: Machado Júnior, 2026.

CAPÍTULO 8

CÁLCULO DE FECHAMENTO DE POLIGONAL

Como ensinado no capítulo anterior, todos procedimentos topográficos, inclusive levantamentos, podem ocorrer erros, esses erros podem ou não estarem dentro da tolerância. Caso o erro esteja dentro da tolerância, a partir dos dados medidos no levantamento topográfico planimétrico, é possível corrigi-los. Para se calcular o erro obtido em campo, primeiramente deve-se calcular o erro angular para posteriormente calcular o erro linear.

A seguir faremos um exemplo prático de cálculo de erro angular de uma poligonal fechada com 4 lados e, posteriormente, a partir destes dados corrigidos, faremos o cálculo de fechamento linear.



ERRO ANGULAR

A- Cálculo dos ângulos internos

Somatório dos ângulos internos: $\Sigma \alpha_i = (n-2) \times 180^\circ$

Onde para o exemplo tem-se a tabela a seguir.

Estação	Ponto visado	Ângulo horizontal	Distância (m)	OBS
0	3 (Ré) 1 (Vante)	000°00'00" 104°14'00"	65,00	Fazer o percurso no sentido horário
1	0 (Ré) 2 (Vante)	000°00'00" 95°00'00"	127,00	
2	1 (Ré) 3 (Vante)	000°00'00" 74°31'00"	105,00	
3	2 (Ré) 0 (Vante)	000°00'00" 86°19'00"	110,60	

B - Cálculo do erro angular

$$\Sigma \alpha = \Sigma \text{poligonal} - \Sigma \alpha_i$$

$$\Sigma \alpha_i = 360^\circ$$

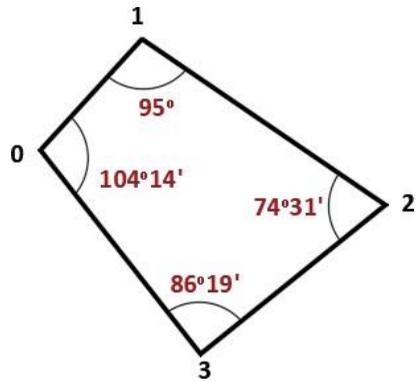
$$\Sigma \text{poligonal} = 104^\circ 14' + 95^\circ 00'$$

$$+ 74^\circ 31' + 86^\circ 19'$$

$$= 360^\circ 04'$$

$$E_\alpha = 360^\circ 04' - 360^\circ$$

$$E_\alpha = 04'$$



C- Tolerância angular

$$T = \pm K \sqrt{n}$$

$$T = \pm 2' \sqrt{4}$$

$$T = \pm 4'$$

Obs.1: O K é uma constante fixada em função da exatidão do levantamento. Esse valor poderá ser reduzido ou aumentado de acordo com o tipo de levantamento.

Obs.2: A compensação só é realizada quando a tolerância for maior ou igual ao erro. Quando o erro em valor absoluto for maior que a tolerância, o trabalho deverá ser refeito.

D- Erro unitário

$$E_U = E_\alpha / n = 4' / 4 = +1'$$

E- Cálculo da correção

$$C\alpha = -Eu = -1'$$

F- Cálculo dos ângulos compensados

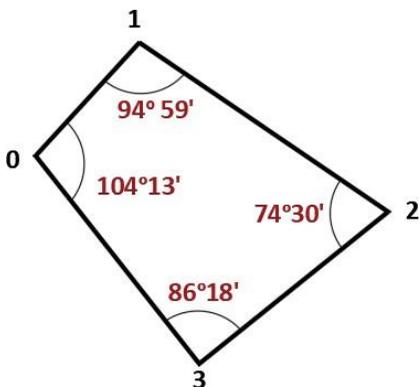
$$\alpha_0 = 104^\circ 14' + (-1') = 104^\circ 13'$$

$$\alpha_1 = 95^\circ 00' + (-1') = 94^\circ 59'$$

$$\alpha_2 = 74^\circ 31' + (-1') = 74^\circ 30'$$

$$\alpha_3 = 86^\circ 19' + (-1') = 86^\circ 18'$$

$$\Sigma\alpha_i = 360^\circ$$



Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância (m)
0	1	104°13'	65,00
1	2	94°30'	127,00
2	3	74°30'	105,00
3	0	86°18'	110,60

ERRO LINEAR

A- Cálculo dos Azimutes compensados

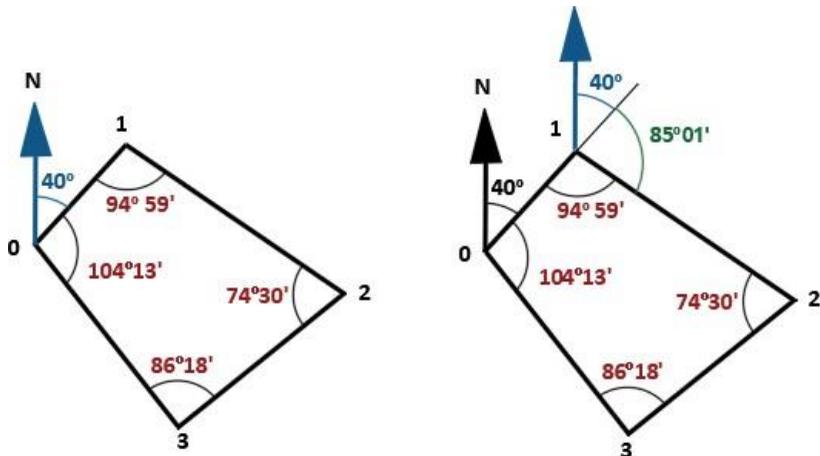
Para que sejam obtidos os azimutes calculados tem-se que:

$$Az_n = Az_{n-1} \pm \text{deflexão}$$

Onde: Az_n = Azimute de um alinhamento e Az_{n-1} = Azimute do alinhamento anterior.

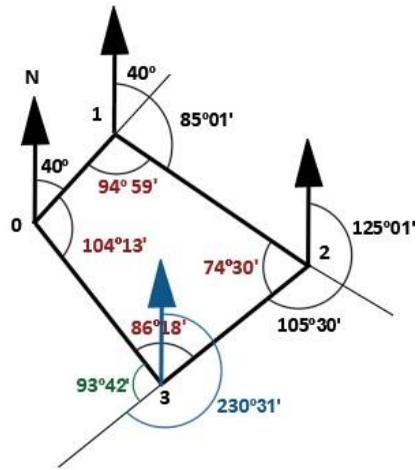
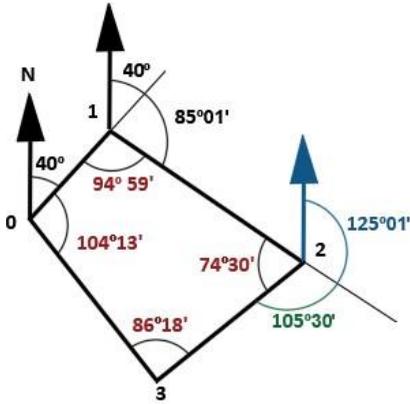
Obs.: Quando a deflexão for no sentido horário, soma-se com a deflexão. Se a estiver no sentido anti-horário, subtrai-se da deflexão.

No caso do exemplo da próxima página, as deflexões estão no sentido horário por isso tem-se que:



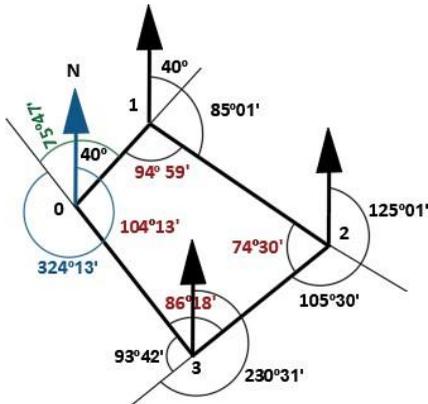
$$Az_{0-1} = 40^\circ$$

$$Az_{1-2} = 40^\circ + 85^\circ 01' = 125^\circ 01'$$



$$Az_{2-3} = 125^{\circ}01' + 105^{\circ}30' = 230^{\circ}31'$$

$$Az_{3-0} = 230^{\circ}31' + 93^{\circ}42' = 324^{\circ}13'$$



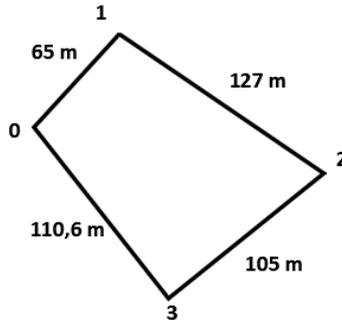
$$Az_{0-1} = 324^{\circ}13' + 75^{\circ}47' =$$

$$400^{\circ} \quad Az_{0-1} = 400^{\circ} - 360^{\circ} =$$

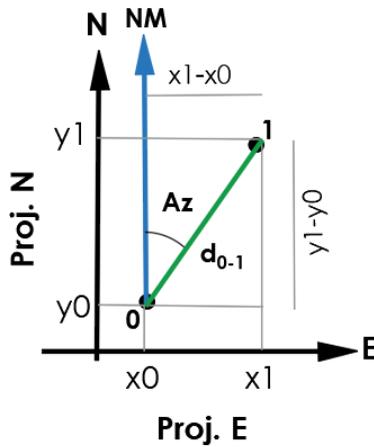
$$40^{\circ}$$

B- Cálculo do fechamento linear

B.1- Cálculo das projeções



a. No alinhamento 0 – 1



$$\text{Sen } Az = P.E/d_{0-1}$$

$$\text{Cos } Az = P.N/d_{0-1}$$

$$P.E = \text{sen } Az \times d_{0-1}$$

$$P.N = \text{cos } Az \times d_{0-1}$$

1

Onde tem-se que:

$$d_{0-1} = 65,00 \text{ m}$$

$$Az_{0-1} = 40^\circ$$

$$P.E_{0-1} = \text{sen } 40^\circ \times 65 = + 41,78\text{m}$$

$$P.N_{0-1} = \text{cos } 40^\circ \times 65 = + 49,79\text{m}$$

Obs.: Nos outros alinhamentos seguintes temos o mesmo raciocínio do primeiro alinhamento, ou seja, no alinhamento 1 – 2 teremos na projeção norte igual ao cosseno do Az_{1-2} multiplicado a d_{1-2} e na projeção leste igual ao seno do Az_{1-2} vezes a d_{1-2} .

b. No alinhamento 1 – 2

$$d_{1-2} = 127 \text{ m}$$

$$Az_{1-2} = 125^\circ 01'$$

$$P.E_{1-2} = \text{sen } 125^\circ 01' \times 127 = + 104,01\text{m}$$

$$P.N_{1-2} = \text{cos } 125^\circ 01' \times 127 = - 72,88\text{m}$$

c. No

alinhamento 2 – 3

$$d_{2-3} = 105,00\text{m}$$

$$Az_{2-3} = 230^{\circ}31'$$

$$P.E_{2-3} = \text{sen } 230^{\circ}31' \times 105 = -81,04\text{m}$$

$$P.N_{2-3} = \text{cos } 230^{\circ}31' \times 105 = -66,77\text{m}$$

d. No alinhamento 3 – 0

$$d_{3-0} = 110,60\text{m}$$

$$Az_{3-0} = 324^{\circ}13'$$

$$P.E_{3-0} = \text{sen } 324^{\circ}13' \times 110,6 = -64,67\text{m}$$

$$P.N_{3-0} = \text{cos } 324^{\circ}13' \times 110,6 = +89,72\text{m}$$

Lado	N	E
0-1	+ 49,79	+ 41,78
1-2	- 72,88	+ 104,01
2-3	- 66,77	- 81,04
3-0	+ 89,72	- 64,67
	$\Sigma \text{proj. N} = -$ 0,14	$\Sigma \text{proj. E} =$ 0,08

A soma algébrica das projeções dos lados de uma poligonal fechada de uma mesma base, sobre os eixos coordenados é igual à zero.

Neste caso a soma foi diferente de zero, por isso deve-se calcular o erro e observar se o mesmo está dentro da tolerância. Se estiver, devem-se realizar as correções das distâncias.

Logo tem-se que o erro linear é calculado pela seguinte equação:

$$El = \pm \sqrt{(\sum \text{Proj. N})^2 + (\sum \text{Proj. E})^2}$$

Com erro linear absoluto igual a:

$$Ea = \pm \sqrt{(-0,14)^2 + (-0,08)^2} = 0,26$$

Com erro linear relativo igual a:

$$Er = \left(\frac{Ea}{\sum l} \right) = \frac{0,26}{65+127+105+110,6} = \frac{\frac{0,26}{0,26}}{\frac{407,6}{0,26}} = \frac{1}{1567,7}$$

O Er deve ser comparado com a Tolerância Linear $T = 1/L$, sendo L uma constante fixada em função de: Instrumento utilizado nas medições; Condições do terreno; Método de medição utilizado. (VER A NBR13133:94 ABNT)

No exemplo a tolerância linear adotada é $T1 = 1/500$.

Neste caso o trabalho está satisfatório, pois o erro é menor do que a tolerância, podendo ser feitas as correções ou compensações.

1º Compensação linear

i. Coeficiente de Correção

O coeficiente de correção é a soma das projeções dividida pela soma das distâncias horizontais, como podemos ver na formula abaixo.

$$C_{cN} = \frac{\sum N}{\sum l} \quad \text{onde } C_{cN} = \frac{-0,14}{407,06} = -0,00034393$$

$$C_{cE} = \frac{\sum E}{\sum l} \quad \text{onde } C_{cE} = \frac{0,08}{407,06} = 0,000196531$$

Temos então que a PE' é igual a d_{0-1} vezes o coeficiente de correção (C_{cE}) mais a PE e a PN' é igual a d_{0-1} vezes o coeficiente de correção (C_{cN}) mais a PN , como podemos vê na formula abaixo.

$$PE' = d_{0-1}(-C_c) + PE$$

$$PN' = d_{0-1}(-C_c) + PN$$

LADO (0-1)

$$P.E'_{0-1} = [65*(-)0,000196531]+41,78 = 41,77$$

$$P.N'_{0-1} = (65*0,00034393)+49,79 = 49,81$$

LADO (1-2)

$$P.E'_{1-2} = [127*(-)0,000196531]+104,01 = 103,98$$

$$P.N'_{1-2} = (127*[0,00034393])+(-)72,88 = -72,84$$

LADO (2-3)

$$P.E'_{2-3} = 105*[(-)0,000196531+(-)81,04] = -81,06$$

$$P.N'_{2-3} = 105*[0,00034393+(-)66,77] = -66,73$$

LADO (3-0)

$$P.E'_{3-0} = 110,6*[(-)0,000196531+(-)64,67] = -64,69$$

$$P.N'_{3-0} = 110,6*[0,00034393+89,72] = 89,76$$

Lado	N	E
0-1	+ 49,81	+ 41,77
1-2	- 72,84	+ 103,98
2-3	- 66,73	- 81,06
3-0	+ 89,76	- 64,69
	Σ proj. N = 0,0	Σ proj. E = 0,0

B.2- Cálculo do lado compensado

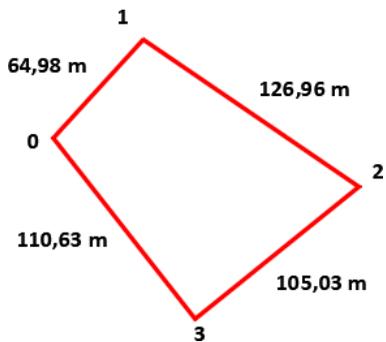
$$d = P.E' / \text{Sen } Az \text{ ou } d = P.N' / \text{Cos } Az$$

$$d_{0-1} = 41,77 / \text{Sen } 40^\circ = 64,98 \text{ m}$$

$$d_{1-2} = 103,98 / \text{Sen}125^\circ01' = 126,96 \text{ m}$$

$$d_{2-3} = -81,06 / \text{Sen}230^\circ31' = 105,03 \text{ m}$$

$$d_{3-0} = -64,69 / \text{Sen}324^\circ13' = 110,63 \text{ m}$$



CAPÍTULO 9

CÁLCULO DE ÁREA

Ao término de um levantamento topográfico, partes de campo e escritório, é comum a determinação da área desta poligonal levantada. Como se sabe, na compra e venda de imóveis rurais e urbanos, é uma informação de grande importância, devido à necessidade de um parâmetro para avaliação do mesmo. Para tal, existem alguns métodos para determinar o tamanho de determinada área.

Quando os formatos das áreas são irregulares (processo indireto), como é o caso de poligonais do terreno nos limites da maioria das propriedades, são empregados os processos analíticos, gráficos, computacionais e mecânicos. Quando a poligonal limite apresenta o formato de uma figura conhecida, utiliza-se o processo direto, para medição de área. Para uma poligonal quadrada um dos lado é elevado ao quadrado (l^2), na poligonal retangular se multiplica a base pela altura ($b \times a$), no triangular temos base vezes

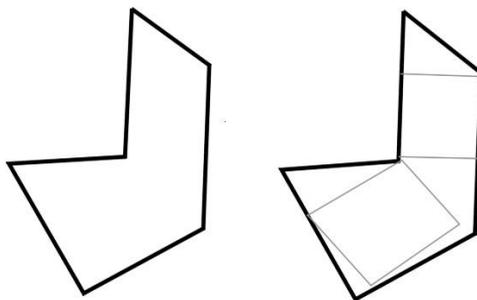
a altura dividido por dois $[(b \times a)/2]$ e em uma circular eleva-se o raio ao quadrado e multiplica-se por π , o que resulta em $A = \pi \cdot r^2$.

Processos indiretos

1. Processo Gráfico

Neste método é realizado uma subdivisão na poligonal limite, onde as áreas dessa subdivisão irão se encontrar no formato de figuras geométricas conhecidas (quadrado, retângulo, triângulo e círculos), das quais são conhecidas as fórmulas para se encontrar as áreas dessas figuras (Figura 24).

Figura 24- Método gráfico.



Fonte: Topografia Geral, 2ª Edição.

2. Processo Mecânico

Este é um dos métodos mais eficientes para determinação de área, por isso o mais usado, onde se utiliza um instrumento chamado de planímetro (Figura 25). Ele permite a medição de áreas da poligonal limite nas plantas ou cartas, delimitadas por linhas curvas ou retas. Neste método ocorre erro devido a inexatidão do operador, que ao percorrer o limite da poligonal limite da figura, não consegue manter-se perfeitamente sobre a linha. Os planímetros têm as operações de leitura e de medição das áreas em diferentes escalas, simplificando assim a determinação das áreas (Figura 26).

Figura 25 – Planímetro eletrônico.



Figura 26 - Uso do planímetro eletrônico.



Fonte: Topografia Geral, 2ª Edição.

Uso do planímetro

Primeiro traça-se um quadrado de área conhecida, 1 cm^2 , ou aproveita-se a quadrícula da planta. Em seguida fazem-se as

leituras, com o planímetro, da poligonal do quadrado, com no mínimo três repetições. Como exemplo tem-se: 1ª leitura = 21; 2ª leitura = 19; e 3ª leitura 20, sendo a média igual a 20.

Sendo a escala da planta igual a 1:20000, para calcular o valor real desse quadrado utilizar-se-á a fórmula demonstrada no capítulo da escala, que é a seguinte:

$$\frac{1}{M^2} = \frac{s}{S} \Rightarrow \frac{1}{20000^2} = \frac{1}{S} = 4 \text{ Ha}$$

O segundo passo é medir na planta a poligonal que se quer determinar a área, fazendo-se também no mínimo três leituras.

Neste caso admite-se que a média das leituras foi 200. Para calcular a área faz-se uma regra de três simples:

$$\frac{20}{200} = \frac{4}{S} \rightarrow S = 40 \text{ Ha}$$

3. Pesagem do papel

Para determinação de área o método da pesagem é menos comum, mas com a mesma precisão dos métodos anteriores, sendo bastante simples e de fácil utilização. São necessárias uma balança de precisão (analítica) e uma cópia da planta a ser utilizada. Neste

método recorta-se uma figura geométrica conhecida, de área conhecida, como por exemplo, um quadrado de área 1 cm², pesa-se este quadrado, em seguida corta-se a figura que se quer determinar a área e pesa-se a mesma, como mostra a equação abaixo:

$$1 \text{ cm}^2 \quad \longleftrightarrow \quad 0,0005 \text{ g}$$

$$X \text{ cm}^2 \quad \longleftrightarrow \quad 0,013 \text{ g}$$

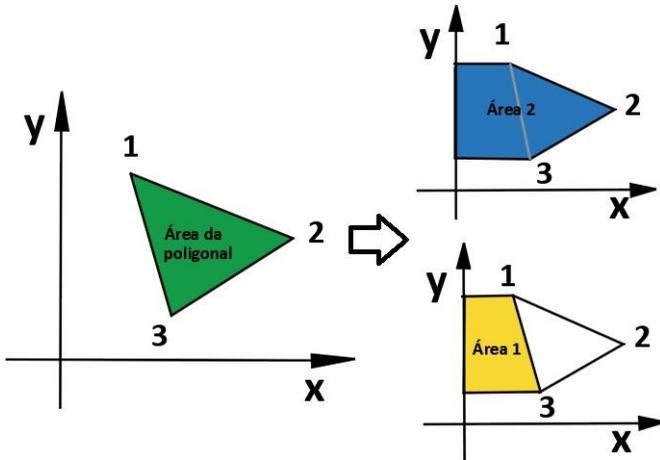
$$X = (1 \times 0,013) / 0,0005$$

$$X = 26 \text{ cm}^2$$

4. Analítico

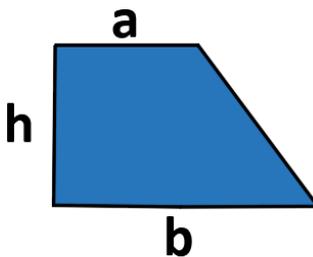
Para o cálculo analítico de áreas utilizam-se fórmulas matemáticas. É o caso da fórmula dos trapézios, formados pelos lados definidos pelos vértices da poligonal que se quer determinar a área. Como pode ser visto na Figura 27, a poligonal possibilita a formação de duas áreas diferentes, área 1 e área 2, em formatos de trapézios. O cálculo da área da poligonal será a área do trapézio 2 menos a área do trapézio 1.

Figura 27- Áreas da poligonal e dos trapézios.



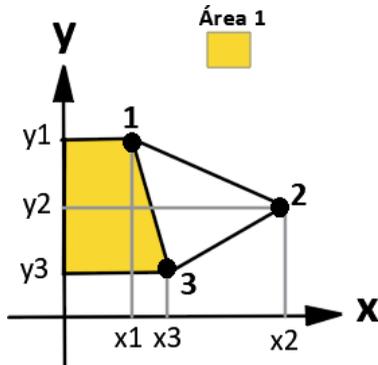
Onde, para se determinar a área do trapézio utiliza-se a fórmula de Gauss.

$$A_{\text{trapézio}} = 1/2 * [(b+a)*h]$$



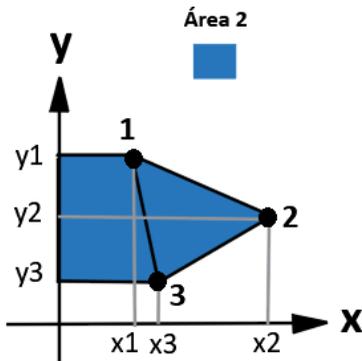
Têm-se então as seguintes fórmulas:

Na área 1:



$$A_1 = 1/2 * (y_1 - y_3) * (x_3 + x_1)$$

) Na área 2:



$$A_2 = [1/2 * (y_2 - y_3) * (x_2 + x_3)] + [1/2 * (y_1 - y_2) * (x_1 + x_2)]$$

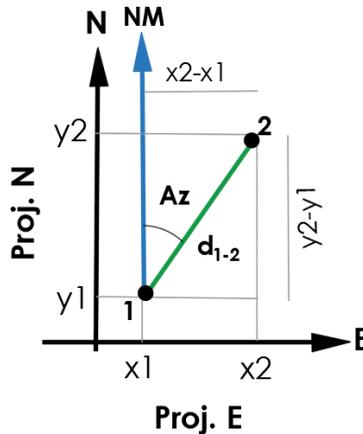
Onde a área da poligonal

é: $A_{\text{poligonal}} = \text{Área}_2 -$

Área_1

Para que seja calculada a área da poligonal, são necessários os valores de x e y, sendo esses valores encontrados através dos cálculos das projeções dos alinhamentos 1-2, 2-3 e 3-1, como visto no capítulo anterior.

Cálculo das Projeções



$$\text{sen } Az = \text{P.E} / d_{1-2} \longrightarrow \text{P.E} = \text{sen } Az * d_{1-2}$$

$$\text{cos } Az = \text{P.N} / d_{1-2} \longrightarrow \text{P.N} = \text{cos } Az * d_{1-2}$$

Com essa dedução, como foi visto no capítulo anterior, tem-se as seguintes projeções:

$$\text{P.E}_{1-2} = \text{sen } 113^\circ * 122,1 = 112,39 \text{ m}$$

$$\text{P.N}_{1-2} = \text{cos } 113^\circ * 122,1 = - 47,71 \text{ m}$$

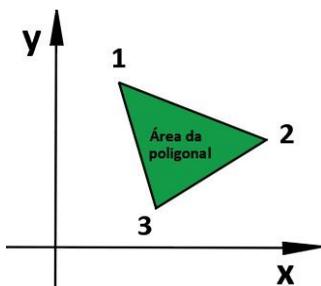
$$\text{P.E}_{2-3} = \text{sen } 238^\circ * 102,9 = - 87,26 \text{ m}$$

$$\text{P.N}_{2-3} = \text{cos } 238^\circ * 102,9 = - 54,53 \text{ m}$$

$$\text{P.E}_{3-1} = \text{sen } 346^\circ * 104,9 = - 25,38 \text{ m}$$

$$\text{P.N}_{3-1} = \text{cos } 346^\circ * 104,9 = 101,78 \text{ m}$$

Ao término dos cálculos das projeções, iniciam-se os das coordenadas, onde se estima uma distância da origem para a coordenada x_1 e y_1 . Para este exemplo foi de 500 m para N e E, como pode ser visto a seguir:



$$x_1 = 500$$

$$x_2 = 500 + P.E_{1-2} = 500 + 112,39 = 612,39 \text{ m}$$

$$x_3 = 500 + P.E_{2-3} = 612,39 - 87,26 = 525,13 \text{ m}$$

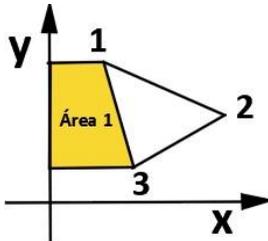
$$y_1 = 500$$

$$y_2 = 500 + P.N_{1-2} = 500 - 47,71 = 452,29 \text{ m}$$

$$y_3 = 549,79 + P.N_{2-3} = 452,29 - 54,53 = 397,76 \text{ m}$$

Voltando para o cálculo da área tem-se que:

Área 1:



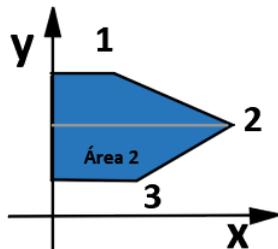
$$A_1 = 1/2 * (y_1 - y_3) * (x_3 + x_1)$$

$$A_1 = 1/2 * (500 - 397,76) * (525,13 + 500) \quad A_1$$

$$= 1/2 * (102,24) * (1025,13)$$

$$A_1 = 52404,64 \text{ m}^2$$

Área 2:



$$A_2 = [1/2 * (y_2 - y_3) * (x_2 + x_3)] + [1/2 * (y_1 - y_2) * (x_1 + x_2)]$$

$$X_1 = 500 \text{ m}$$

$$X_2 = 612,39 \text{ m}$$

$$X_3 = 525,13 \text{ m}$$

$$Y_1 = 500 \text{ m}$$

$$Y_2 = 452,29 \text{ m}$$

$$Y_3 = 397,76 \text{ m}$$

$$A_2 = 1/2*(y_2-y_3)*(x_2+x_3) + 1/2*(y_1-y_2)*(x_1+x_2)$$

$$A_2 = 1/2*(54,53)*(612,39+525,13) + 1/2*(47,71)*$$

$$(500+612,39) \quad A_2 = 1/2*(54,53)*(1137,52) +$$

$$1/2*(47,71)*(1.112,39)$$

$$A_2 = 31.014,48 + 26.536,06$$

$$A_2 = 57.550,54 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{poligonal}} = \text{Área}_2 - \text{Área}_1$$

$$A_{\text{poligonal}} = 57.550,54 -$$

$$52.404,64 \quad A_{\text{poligonal}} =$$

$$5.145,9 \text{ m}^2 \text{ ou } 0,51459 \text{ ha}$$

4. Computacional

Esse método é atualmente o mais usual, devido principalmente, ao advento da Estação Total. Para a criação desses softwares, sua programação é baseada no método analítico. Os programas mais comuns são AutoCad, Topograph, DataGeosis, TopoCal, Surfer, entre outros.

UNIDADE 3

ALTIMETRIA

CAPÍTULO 10

INTRODUÇÃO À ALTIMETRIA

1. Conceito de Altimetria

A Altimetria pode ser caracterizada como ciência que estuda, de forma geral, os aspectos geográficos (formas, contornos, dimensões, posição e localização) de um determinado lugar, considerando o relevo.

Segundo conceito dos autores Coelho Júnior et al., nos livros Topografia Geral (2014) e (2020) "a Altimetria é um ramo da Topografia que estuda, de um modo geral, as distâncias verticais, entre elas, Diferença de Nível, Cotas e Altitudes, formadoras do relevo de um determinado local. Pode-se dizer que o produto final do levantamento topográfico altimétrico é uma planta, carta ou mapa tridimensional, pois se considerou o relevo, enquanto na Planimetria o produto final é uma representação bidimensional".

Vale salientar que, quando falamos de Altimetria, esse estudo engloba os temas Nivelamento Geométrico, Nivelamento Trigonométrico, Nivelamento por Satélites, Nivelamento Barométrico, Perfis, Curvas de Nível, entre outros, mesmo que, por algumas poucas ocasiões, como por exemplo o Perfil, Seção Transversal e a Declividade há necessidade obrigatória de termos a variável planimétrica distância horizontal (DH). Notem que, apenas

a distância horizontal é usada, pois faz parte do processo de formação do relevo. Porém, só falamos em Planialtimetria quando utilizamos o estudo da Altimetria, supracitados somado com informações próprias da Planimetria, como por exemplo, o levantamento planimétrico com distâncias horizontais, ângulos horizontais, localização e posição absoluta ou relativa.

O relevo é caracterizado por distâncias verticais que podem ser Cotas, Altitudes e diferenças de nível, sendo representado por diversas formas, como veremos a seguir:

2. Formas de Representação do Relevo

Como sabemos, para se chegarmos a uma planta altimétrica ou planialtimétrica é necessário fazer um estudo prévio do local, onde será realizado um levantamento topográfico do tipo altimétrico. Para se chegar a essa planta com a variável altura, há de se convir que, é necessário representar para entendermos o terreno em questão. Dessa forma, existem diversas maneiras de se representar o relevo, de acordo com cada necessidade, materiais envolvidos e metodologias para se obterem as Cotas, Altitudes e/ou diferenças de nível das quais as principais são explicadas a seguir:

a) Pontos Cotados

Os Pontos Cotados são formas de representação do relevo, na qual são representados de forma equidistantes entre linhas e colunas, formando diversos quadrados onde se medem as Cotas/Altitudes desses pontos. É importante informar que, quanto maior for essa equidistância, menor será a representação do relevo e menos poluída será a representação, menos onerosa e trabalhosa também. Essa questão de quanto usar de equidistância irá variar de acordo com o desejo do trabalho com o qual se quer realizar, ou seja, a representação irá de acordo com a necessidade em questão.

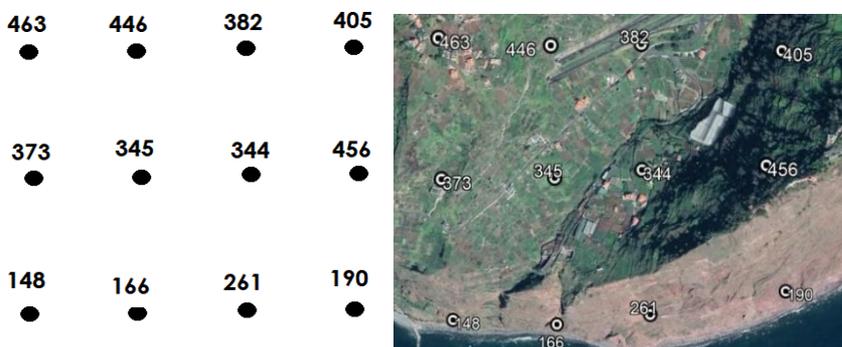
Para se chegar aos Pontos Cotados, são realizadas algumas técnicas de levantamento, onde a mais interessante é a Quadriculação topográfica do terreno, através de Teodolitos para medirem ângulos e distâncias ou usando Trenas e Balizas para medirem o mesmo. Em um capítulo mais adiante (Curvas de Nível) explicarei como é realizado ambos procedimentos.

Na Figura 1 há uma demonstração dos Pontos Cotados em forma de representação (à esquerda) e a direita a perspectiva do terreno com seus Pontos Cotados, em seus devidos lugares.

Notem que, a princípio, a visualização dos Pontos Cotados, em forma de representação, pode ser um ponto confuso de entendimento, mas quando sobrepomos os pontos na sua própria perspectiva o entendimento melhora e, aos poucos, o

usuário vai captando a ideia dos Pontos Cotados e entendendo como visualizar o terreno através deles.

Figura 1 – Pontos Cotados na esquerda e a sobreposição em sua perspectiva.



Fontes: Imagem esquerda Machado Júnior (2024) - imagem direita Google Earth.

Como vocês podem ver na imagem à direita, a equidistância entre os pontos não supriu totalmente a representação do relevo. Existem pontos que deveriam ter sido coletados para uma melhor representação do relevo, como por exemplo, nos picos da montanha, os talvegues, entre outros.

Para explicar melhor o acontecimento visualize apenas os Pontos de Cotas 456 e 190 na imagem à esquerda e esse mesmo trecho na imagem à direita. Notem que, se formos pela representação dos Pontos Cotados há uma declividade negativa contínua até chegar em 190, mas o mesmo não acontece no terreno real, onde de 456 eleva-se até determinada altura depois desce até 190.

Como deu para perceber, para fazer os Pontos Cotados, assim como qualquer representação, deverão existir cuidados para que o terreno seja totalmente representado, de acordo com a necessidade, mas também não haja excesso de coletas de pontos, pois os mesmos poderão onerar, aumentar o trabalho e poluir a imagem final, sem necessidade.

Além da representação, os Pontos Cotados são, em via de regra, um ótimo embasamento para criação das Curvas de Nível, tratados sucintamente a seguir e mais detalhada em um capítulo próprio.

b) Curvas de Nível

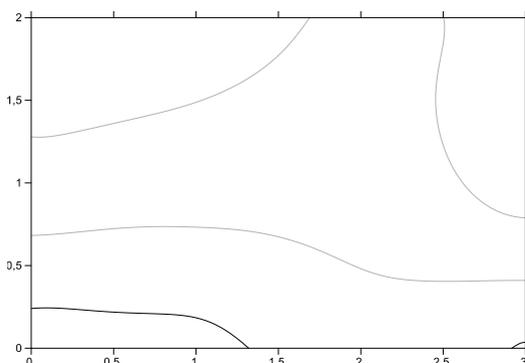
As Curvas de Nível são linhas imaginárias de igual Altitude ou Cota que servem como forma de representação do relevo. Diferente dos Pontos Cotados, pois estes são formas de representar através de pontos de valores aleatórios coletados no terreno, as Curvas de Nível nos informam o grupo de pontos de igual Altitude, facilitando diversos trabalhos nas áreas de Engenharias e Agricultura. A obtenção das Curvas de Nível pode ser realizada por diversas formas, dentre elas, através dos Pontos Cotados.

Para obtenção das Curvas de Nível, assim como os Pontos Cotados, são necessárias as coletas de diversos pontos para que representem melhor o terreno, além das equidistâncias das

Curvas de Nível, estas devem ser consideradas para também melhor representação do terreno.

Abaixo a Figura 2 mostra as Curvas de Nível feitas através dos Pontos Cotados da Figura 1.

Figura 2 – Curvas de Nível traçadas, através dos Pontos Cotados.



Fonte: Machado Júnior (2024).

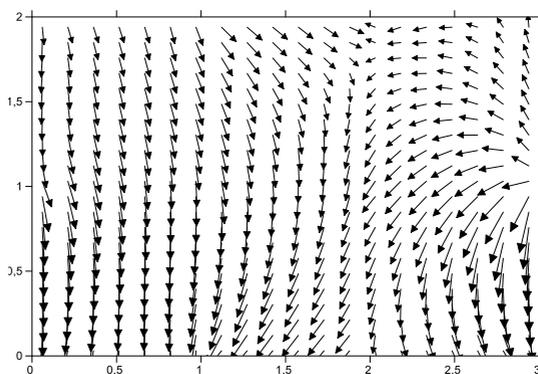
c) Vetores

Quando há necessidade de informações do relevo, não por valores visuais de Altitude, mas sim, por onde deve escorrer a água, utilizamos os vetores.

Eles são uma forma de representação do relevo formada pelo direcionamento dos talvegues, seguindo o direcionamento alto-baixo, onde escorre ou poderão escorrer águas.

Abaixo a Figura 3 demonstra os vetores, tomando como base os valores dos Pontos Cotados da Figura 1.

Figura 3 – Vetorização de um determinado local.



Fonte: Machado Júnior (2024).

d) Modelagem Numérica do Terreno

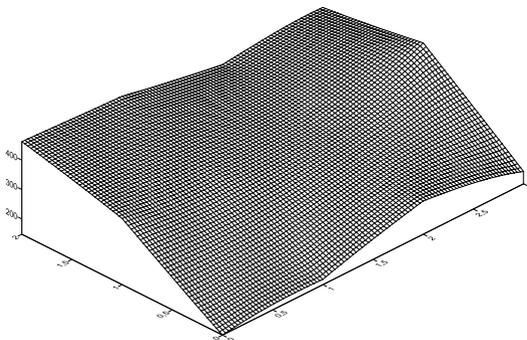
A Modelagem Numérica do Terreno, também chamada de MNT é outra forma de representação do relevo, onde de forma computacional ou em forma de desenho manual, utiliza-se as coordenadas x, y e z, em formas reais de perspectiva, para representar o determinado relevo.

Abaixo a Figura 4 representa um determinado terreno, de acordo com os dados dos Pontos Cotados da Figura 1. Notem que, existem informações de pontos que não foram coletados e foram gerados através de interpolações.

As interpolações são pontos que não são coletados devido a dois fatores: poucos pontos coletados e a impossibilidade humana de coletar todos os pontos de um terreno, devendo ser realizada a coleta através de Laser-Scan que é um equipamento que coleta quase que uma infinidade de pontos entre dois pontos principais. A

importância de se escolher o método de interpolação adequado se faz necessário para tentar fidelizar ao máximo possível as informações do campo em sua representação.

Figura 4 – Modelagem Numérica do Terreno a partir dos dados coletados na Figura 1.



Fonte: Machado Júnior (2024).

e) Por coloração

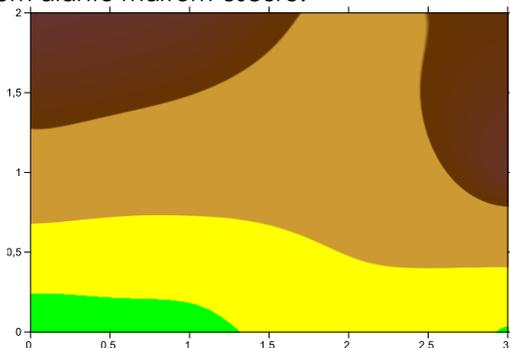
Outra forma de representação do relevo é através de cores. É por ela que se representa bastante os relevos em mapas de Geografia e através de mapas de produção, produtividades e variáveis agronômicas para Agricultura de Precisão.

Esses mapas são bastante customizáveis pelos usuários a depender do programa a ser utilizado ou mesmo pelo desenho feito pelo executor. Nele, podemos determinar os limites que cada classe de Altitude deverá ser representada, bem como a cor escolhida.

Outro fator importante a ser escolhido é a cor. Em livros de Geografia, normalmente se usa as cores azul para representar águas, ou seja, relevo 0 m ou abaixo de 0 m, verde para representar regiões mais baixas, amarelas as intermediárias e marrons para regiões mais altas, com diversas adaptações, de acordo com o relevo em questão. Na Agricultura de Precisão se convém utilizar as cores verdes para altas produtividades ou para valores muito bons em variáveis agronômicas, amarelo para valores intermediários e vermelho para valores ruins de variáveis agronômicas. Porém, há de se convir que, a escolha é feita pelo usuário, de acordo com o que ele acredita que seja mais viável para seu trabalho, desde que, não haja nenhuma regra pré-fixada.

Na Figura 5, demonstramos os mesmos Pontos Cotados da Figura 1, já realizada a interpolação de dados, com 4 classes distintas escolhidas pelo autor do livro.

Figura 5 – Representação do relevo classificada de acordo as seguintes classes: até 199 m – verde, 200 a 299 m amarelo, 300 a 399 m marron-claro e 400 m em diante marrom-escuro.



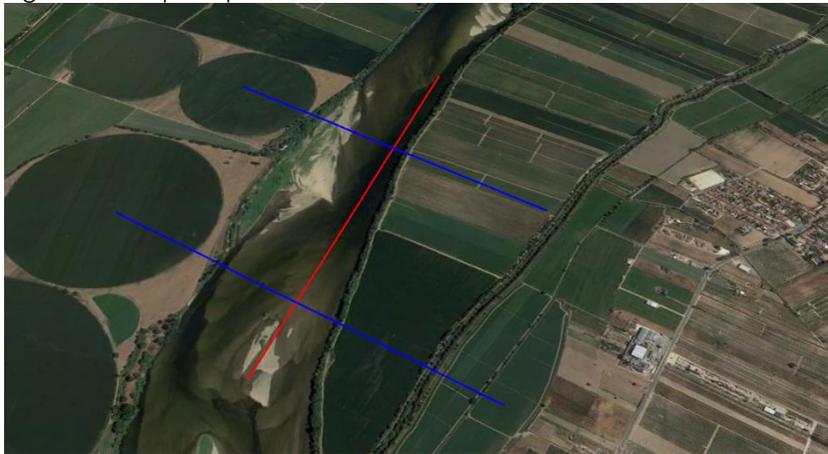
Fonte: Machado Júnior (2024).

O perfil pode ser dividido em dois: Perfil Longitudinal e Seção Transversal, temas de capítulos a seguir.

f) Perfil Longitudinal

O Perfil longitudinal é uma forma de representação do relevo na qual dar-se por um corte lateral realizado no eixo principal do projeto, como exemplo, temos a seguir a imagem de um rio e, traçado em vermelho, o eixo principal da qual se quer trabalhar.

Figura 6- Eixo principal do rio em vermelho e eixos transversais em azul.



Fonte: Google Earth, 2022.

Como resultado desse eixo temos abaixo o perfil longitudinal (Figura 7).

Figura 7 – Perfil do eixo longitudinal do rio em questão.



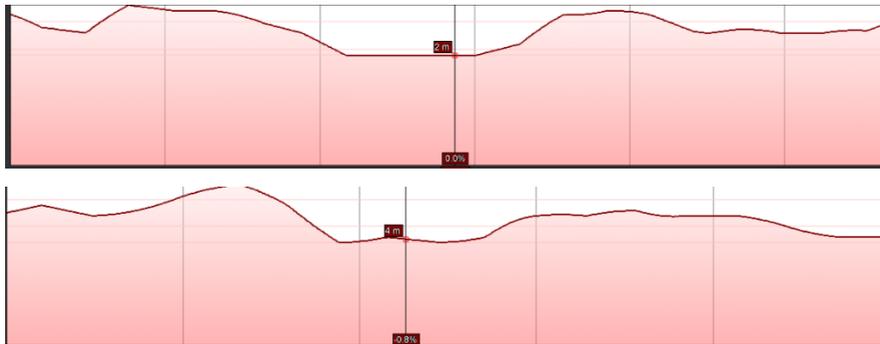
Fonte: Google Earth, 2022.

g) Perfil ou Seção Transversal

A Seção Transversal é um perfil realizado transversalmente ao eixo principal do rio. Para se ter o Perfil Transversal, há necessidade de previamente ter-se o Perfil Longitudinal, ou pelo menos, os dados altimétricos dele.

Na Figura 8, temos as seções E0 e E1 de um trecho do rio Tejo, em Portugal, traçadas em azul na Figura 6.

Figura 8 – Seções Transversais de um rio.



Fonte: Google Earth, 2022.

Conhecemos assim, as mais importantes formas de representação do relevo, para tal, há necessidade de conhecer as variáveis mais importante para essa representação que são as distâncias verticais, como mostro a seguir.

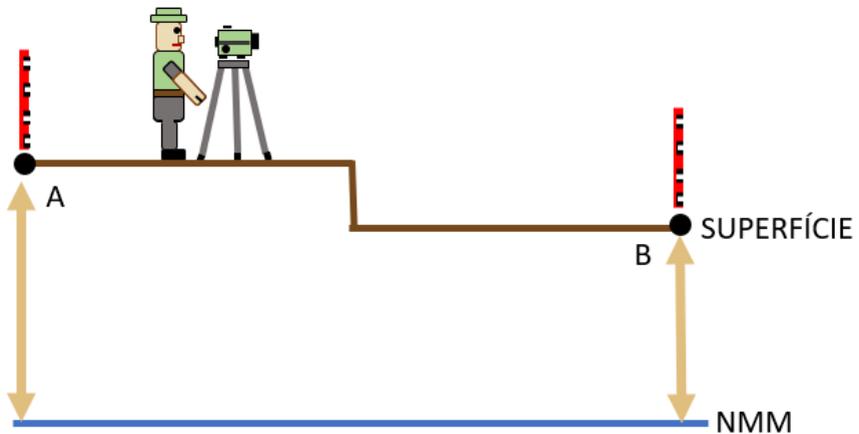
3. Distâncias verticais

As distâncias verticais formadoras dos relevos e suas representações são: Cota, Altitude e Diferença de Nível.

a) Diferença de Nível

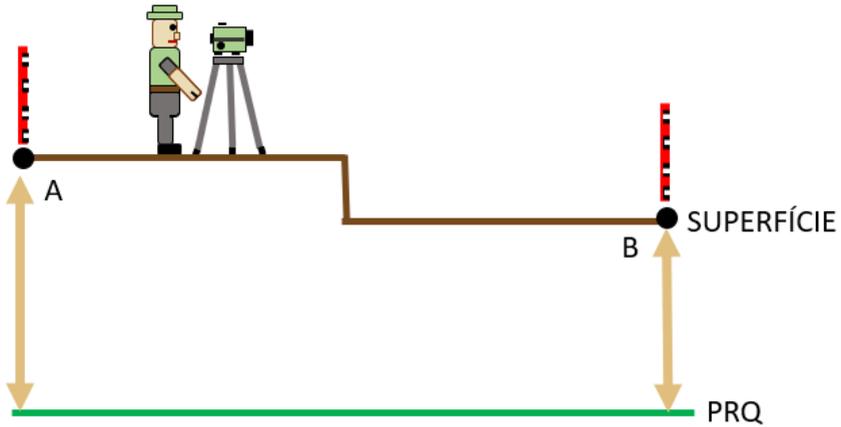
A Diferença de Nível é a distância vertical compreendida entre dois pontos em um terreno. Essa distância pode ser a diferença entre duas Altitudes (Figura 9), duas Cotas (Figura 10) ou simplesmente a diferença vertical entre eles (Figura 11).

Figura 9 – Diferença entre duas Altitudes.



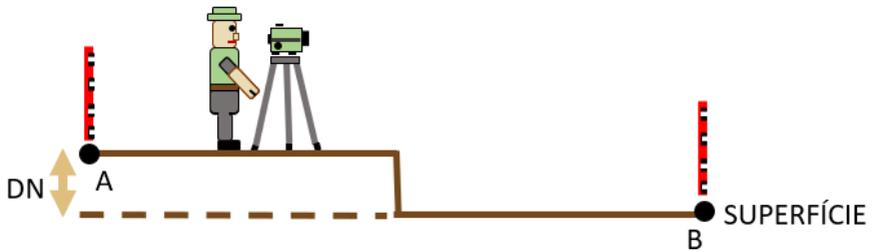
Fonte: Machado Júnior (2024).

Figura 10 – Diferença entre duas Cotas.



Fonte: Machado Júnior (2024).

Figura 11 – Diferença de nível entre pontos.

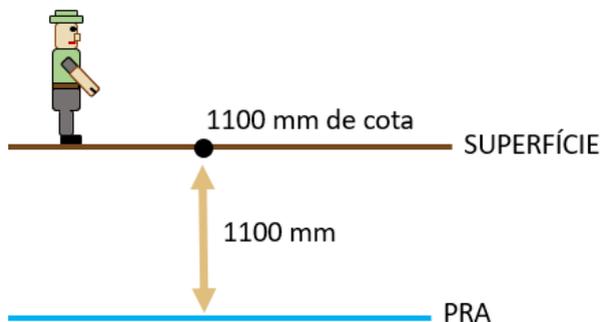


Fonte: Machado Júnior (2024).

b) Cota

As Cotas, também chamada de Cotas relativas, são distâncias verticais compreendidas entre o ponto do terreno na qual se deseja trabalhar e o Plano de Referência Arbitrário (PRA), também chamado de Plano de Referência qualquer (PRQ). Para determinação das Cotas, simplesmente o executor do trabalho arbitrará em um determinado ponto o valor da Cota inicial. Logo, se subentenderá que, abaixo ou acima daquele ponto passará um plano horizontal arbitrário distanciando do valor atribuído da Cota inicial.

Figura 12 – Cota.



Fonte: Machado Júnior (2022).

As Cotas são relativas, pois as mesmas só servem apenas para trabalhos realizados por quem a atribuiu e atrelados a aquelas Cotas. Jamais deve-se usar planos arbitrários distintos para trabalhos diferentes. Cada trabalho deve ter seu próprio plano arbitrário.

Apesar de parecer bem subjetivo o uso das Cotas, sua utilização é bastante comum, já que não necessita “buscar” uma Altitude em determinado lugar que talvez esteja longe de seu trabalho.

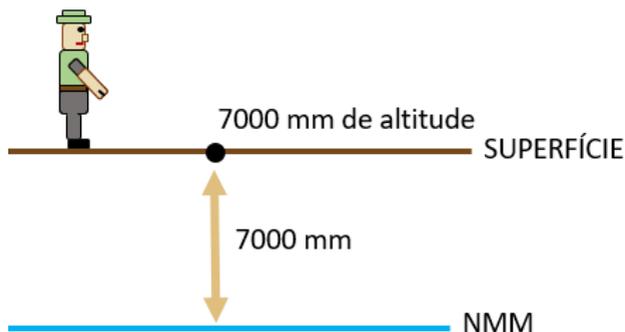
Um uso bastante comum para o estudo das Cotas, é atribuir a uma calçada o valor de determinada Cota. Todo o trabalho dentro do terreno a ser trabalhado estará atrelado a Cota inicial da calçada, servindo inclusive, de marco inicial para que nenhuma Cota dentro do terreno esteja com valores abaixo da Cota da calçada, devido a diversos fatores, inclusive a entrada de água de chuvas.

c) Altitude

É a distância vertical compreendida entre o ponto do terreno e o nível médio dos mares em repouso. O marco zero altimétrico brasileiro é único e se encontra na Baía de Imbituba-SC, por isso, o nível médio dos mares brasileiro é único e contínuo dentro de todo território brasileiro.

A Altitude é chamada Cota absoluta, pois se compararmos dois pontos de mesma Altitude, mesmo que, em trabalhos distintos, eles estarão na mesma altura, dentro do território brasileiro, independente de distância e/ou trabalho. Ao contrário do que ocorre com as Cotas, pois dois trabalhos com as mesmas Cotas, não devem estar em mesma altura, a não ser que seja, uma extrema coincidência.

Figura 13 – Altitude.



Fonte: Machado Júnior (2024).

4. Nivelamento topográfico

O nivelamento topográfico, subdividido em levantamento topográfico altimétrico e locação topográfica altimétrica, é uma série de metodologias e instrumentos aplicados em campo afim de se obter no terreno as diferenças de nível, Cotas e Altitudes para representação do terreno com maior fidedignidade e agilidade. Para tal, se usam diversas metodologias e instrumentos das quais veremos a seguir.

Dos instrumentos mais comuns utilizados para o nivelamento topográfico se destacam o Nível de Luneta, Teodolito, GNSS, Estação Total, Barômetro, Laser-Scan, entre outros. A exatidão vai depender bastante da metodologia a ser empregada, bem como, da habilidade do usuário, marca, condições climáticas, mas, nesse

caso, vamos considerar o modelo em perfeito estado, usuário em vasta experiência e habilidade e condições adequadas. Logo, podemos informar que o Nível de Luneta, para trabalhos topográficos, apresenta entre alta e altíssima exatidão, comparados aos demais instrumentos, o que possibilita ser o mais usado para a Altimetria. Laser-Scan, Estação total e GNSS apresentam entre média a alta exatidão, de acordo com a metodologia a ser aplicada. Quando se fala em GNSS, se subentende que estamos falando do GNSS de Precisão ou também chamado GNSS Geodésico e não o GNSS de Navegação, pois esse possui baixa ou baixíssima exatidão se equivalendo a exatidão do Barômetro. O antecessor das Estações Totais, o Teodolito, apresenta média exatidão comparado aos demais instrumentos topográficos em questão.

Como já conhecemos, a exatidão de cada instrumento, para um bom manejo desses instrumentos, se faz necessário conhecer também cada metodologia a ser empregada e seus respectivos instrumentos, para tal, abaixo detalhamos cada tipo de nivelamento.

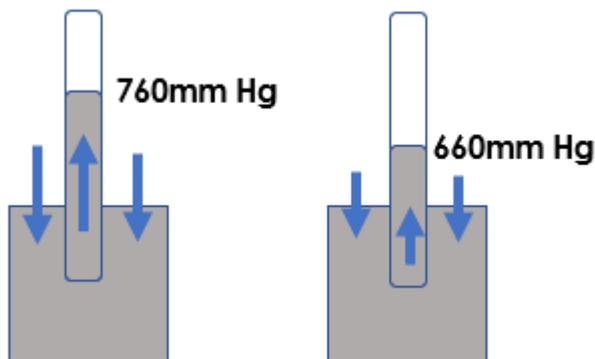
a) Barométrico

O método de nivelamento através do Barômetro se chama barométrico, onde, através da pressão atmosférica, obtém-se a Altitude de um determinado lugar.

O Barômetro de mercúrio ou Barômetro de Torricelli, consiste em um instrumento que possui uma coluna de mercúrio, no qual o peso do ar pressiona essa coluna, e esta, tende a se elevar cada vez que está mais próximo do nível do mar e baixar cada vez que subir a Altitude, devido ao efeito da pressão.

Para o nível do mar, a pressão do mercúrio é de 760 mm Hg e a exatidão do instrumento é em torno de 10 m (hipoexatidão), visto que, cada 1 mm da coluna do mercúrio equivale a 10 m de Altitude.

Figura 14 – Barômetro de mercúrio. Na esquerda ao nível do mar e na direita a 1000 m de Altitude.



Fonte: Machado Júnior (2022).

Portanto, precisar frações do milímetro na coluna e transformar a Altitude em milímetro no campo é pouco eficiente, além de, interações que ocorrem na pressão atmosférica, como o clima, por exemplo.

Para se ter ideia de como não podemos ter essa exatidão topográfica na casa dos milímetros, como a Altimetria exige, vamos a um exemplo. Imagine que determinada pessoa está a 100463 mm (100 m, 46 cm e 3 mm) de Altitude e queremos medir essa Altitude em um barômetro. Ora, se cada 1 mm equivale a 10 m, e na Altitude 0 m temos 760 mm Hg, então:

760 mm Hg = 0 m. Então, 750 mm Hg equivalem aos 100 metros de Altitude. Porém os 46 cm e 3 mm, como mediríamos? Arredondando 46,3 cm para 50 cm (que já estamos perdendo 6,7 cm de exatidão), esses 50 cm equivaleriam a 0,05 milímetros na escala do mercúrio, ou seja, além do erro do próprio instrumento, devido aos fatores abordados, a própria mensuração na casa dos centímetros torna-se inviável, tornando o instrumento com baixa exatidão para Altimetria.

O Barômetro Aneróide é menos preciso ainda, porém mais fácil de levar ao campo, pois como o próprio nome diz, é em forma de anel ou relógio. Consiste em uma câmara de vácuo que comprime e descomprime, de acordo com a pressão atual da Altitude, tornando menos exato que o Barômetro de Torricelli.

b) Nivelamento por Satélites

Esse tipo de nivelamento, bastante utilizado na Topografia, não consiste em um instrumento topográfico nato, visto que,

Topografia é a parte da Geodésia que estuda uma pequena porção da superfície da Terra e seus elementos projetam ortogonalmente sobre o plano topográfico. Ora, o instrumento tem capacidade em medir e localizar qualquer ponto da superfície terrestre, então, é um instrumento que se caracteriza por atender a Geodésia, ciência-mãe da Topografia, então, usamos para alguns trabalhos topográficos, porém é de convir que, é um instrumento Geodésico usado na Topografia por conveniência.

Os sistemas atuais são o GPS (americano), GLONASS (russo), Galileu (europeu) e o COMPASS (chinês) que englobam o receptor, o usuário e as estações de comando, onde o receptor, permite a localização tridimensional de qualquer ponto na superfície terrestre por pelo menos 4 satélites, através de decodificação de ondas eletromagnéticas do tipo rádio.

c) Nivelamento Trigonométrico

Neste tipo de nivelamento suas alturas são obtidas através de Trigonometria. Geralmente, os instrumentos apropriados para esse tipo de levantamento são Estações Totais e Teodolitos. Mais adiante teremos um capítulo específico sobre Nivelamento Trigonométrico.

d) Nivelamento Geométrico

Este método consiste em visadas horizontais sucessivas em réguas verticalizadas, objetivando a representação do relevo através das diferenças de nível, Altitudes e Cotas. No próximo capítulo, explicaremos detalhado sobre o assunto.

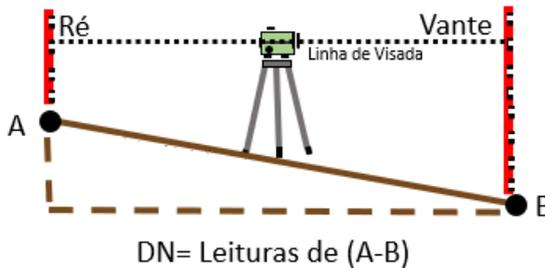
CAPÍTULO 11

NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

1. Conceito

O Nivelamento Topográfico Geométrico é um tipo de nivelamento que tem como fundamento visadas horizontais, paralelas entre si e ao plano topográfico, para obter leituras em réguas verticalizadas, objetivando determinar as distâncias verticais (Figura 15).

Figura 15 – Princípio do Nivelamento Geométrico.



Fonte: Machado Júnior (2024).

Seu nome geométrico dar-se pela obtenção das distâncias verticais serem realizadas por segmentos de retas compostos de Leituras de Ré e Vante, Altura da Visada e Cotas/Altitudes.

Para levantamento e locação topográfica é o método mais exato, em se tratando de dados altimétricos comparados a outros

tipos de nivelamento, como Trigonométrico, Barométrico e por Satélites.

Além de ser mais exato, fácil e usual, o Nível de Luneta, é também um instrumento bastante barato, se comparado a Estações Totais, receptores de GNSS e Lasers-scan, tornando-o disparado, como melhor opção para se fazer nivelamento topográfico.

2. Tipos de Nivelamento Geométrico

O Nivelamento Geométrico apresenta dois tipos, de acordo com a quantidade de estações: simples e composto.

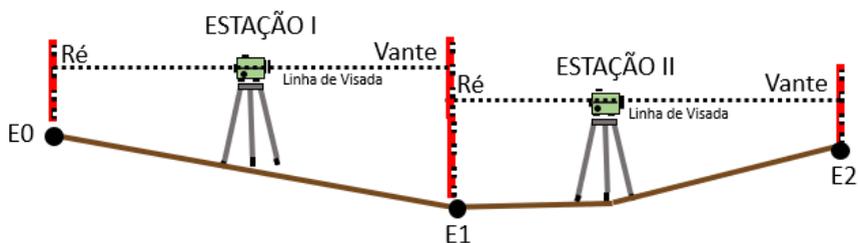
O Nivelamento Geométrico Simples apresenta apenas uma estação, onde poderá fazer leituras de diversos pontos dentro desta mesma estação (Figura 16) e o Nivelamento Geométrico Composto é todo aquele que apresenta mais de uma estação (Figura 17).

Figura 16 – Nivelamento Geométrico Simples.



Fonte: Machado (2024).

Figura 17 – Nivelamento Geométrico Composto.



Fonte: Machado (2024).

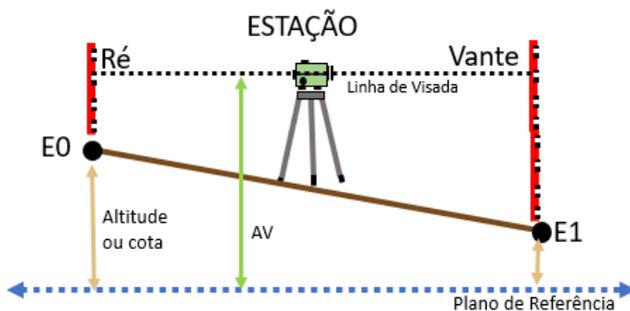
Podemos dizer que estação é o local onde está estacionado o instrumento e todos os pontos e leituras da qual ela faz parte.

Quando a distância entre o instrumento e o ponto de leitura for maior que 80 m e/ou quando houver qualquer tipo de obstáculo que impede a intervisibilidade entre o instrumento e o ponto a ser lido, deverá o topógrafo decidir por fazer mais de uma estação. Obviamente, é muito mais demorado e possibilita maior risco de erro do que apenas utilizando uma estação. Portanto, o usuário deverá ficar atento se seu trabalho necessita apenas de uma estação (de acordo com as normas citadas acima), ou obrigatoriamente, deverá fazer em mais de uma. Quando falamos de maior risco de erro, não falamos do instrumento em si, pois pode-se fazer inúmeras estações e não ocorrerá erros. Porém, a quantidade de vezes que se retira a Mira-falante do local da origem e a repõe, pode ocasionar essa possibilidade, como também a quantidade de leituras efetuadas.

3. Altura da Visada (AV)

A Altura da Visada (AV), também chamada de Altura do Instrumento (AI) ou ainda Altura do Plano de Referência (PR) é a distância vertical compreendida entre a linha de visada e o plano de referência, podendo este, ser NMM ou PRA (Figura 18).

Figura 18 – Esquema de uma estação e sua Altura de Visada (AV), em verde.



Fonte: Machado (2024).

Em uma estação, podemos ter apenas uma Altura de Visada, visto que, a linha de visada corre paralela ao plano de referência, então, a distância vertical compreendida entre a linha de visada e o plano de referência é única, na mesma estação, podendo ter duas Alturas de Visadas em duas estações, três Alturas de Visadas em três estações, e assim por diante, desde que, uma para cada estação.

4. Leituras de Ré e Vante

As Leituras de Ré e Vante são componentes básicos para o Nivelamento Geométrico, assim como Cotas, Altitudes e Altura de Visada.

Numa mesma estação, temos apenas uma Ré e pelo menos uma Vante. A palavra Ré vem de referencial, ou seja, a primeira leitura serve de referência para as demais leituras. Já a Vante, vem da palavra avante ou adiante, ela é a segunda, terceira ou mais leituras na mesma estação.

Para obtenção das Cotas ou Altitudes, inicia-se por um valor de Altitude/Cota no ponto inicial ($E_0, p_0, A, 0$) na superfície e nele mede-se o valor de Ré, que nada mais é do que a distância vertical compreendida entre a leitura do fio médio na linha da visada e o ponto na superfície. A soma da Leitura de Ré com a Cota vamos ter a Altura de Visada, explicada anteriormente, para tanto, a subtração da Altura da Visada com a Leitura de Vante temos a nova Cota/Altitude determinada no ponto ($E_1, p_1, B, 1$), como mostram as fórmulas abaixo:

$$1) \text{ Cota} + \text{Ré} = \text{AV}$$

$$2) \text{ AV} - \text{Vante} = \text{Cota.}$$

5. Análise inicial do trabalho

Para início do trabalho, o usuário deverá fazer um prévio levantamento do local, visualizando diversos obstáculos e onde deverá colocar o instrumento para ter uma visão estratégica do trabalho, respeitando, preferencialmente, a equidistância entre o instrumento e os pontos, e que não haja nenhuma interferência externa durante o serviço, como por exemplo passeio de carros.

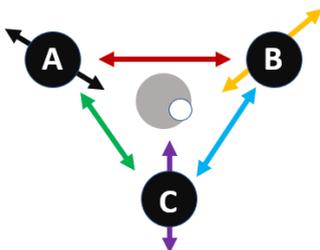
Após a prévia visualização, o usuário deverá calar o instrumento, através de seus parafusos calantes, com intuito de colocar a bolha do nível circular no centro do compartimento específico dela.

Para facilitar a calagem do instrumento, o usuário deverá seguir algumas regras de planos horizontais formados pelos giros dos parafusos-calantes.

Abaixo temos a Figura 19, que demonstra os três parafusos-calantes e o nível circular. Para facilitar o entendimento, utilizei as letras A, B e C para denominar cada parafuso e utilizei setas coloridas para indicar os planos que são formados para a bolha ser colocada ao centro o mais breve, sem movimentos aleatórios.

Se girarmos individualmente o parafuso A, a bolha irá percorrer o plano no sentido da reta preta, no sentido centro do instrumento (CI) - ao noroeste do instrumento. Se girarmos o parafuso B, a bolha percorrerá o sentido CI ao nordeste do instrumento. Se girarmos o parafuso C, a bolha percorrerá o sentido CI ao sul do instrumento.

Figura 19 – Parafusos-calantes e seus sentidos de translocação da bolha no círculo.



Fonte: Machado (2022).

Se girarmos uma combinação dos parafusos A e C a bolha seguirá o sentido noroeste-sudeste do instrumento. Se girarmos os parafusos C e B a bolha seguirá no sentido sudoeste-nordeste do instrumento e se girarmos A e B a bolha seguirá o sentido este-oeste do instrumento.

Lembrem-se que se girarmos dois parafusos, ambos devem ser girados em sentidos opostos para não danificar o instrumento, pois o sentido horário levanta o instrumento e o sentido anti-horário abaixa o instrumento.

6. Técnica prática do Nivelamento Geométrico Simples

Feito a calagem e escolha do local estratégico, é o momento de se fazerem as leituras. Imagine que seu trabalho seja composto dos pontos E0 e E1 (estacas) e sabemos o valor de Altitude do local. Bom, coloca-se a Mira-falante em cima do ponto

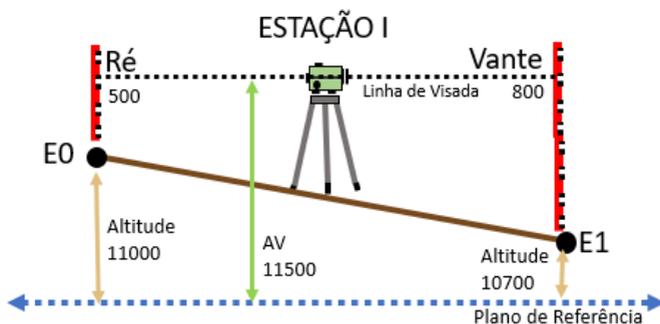
E0 e faz-se a Leitura de Ré deste ponto para obter a Altura de Visada ($Cota + Ré = AV$). Após isso, gira o instrumento para o ponto E1 e faz-se a Leitura de Vante para obtenção da Altitude final ($AV - Vante = Cota$).

E caso não se saiba a Altitude do ponto E0? Simplesmente determina-se um valor qualquer para este ponto, e que, preferencialmente, seja um valor que não ocasione Cotas negativas. Ao determinar o valor, se formou uma Cota e todo seu trabalho será realizado e embasado pelo valor dela, onde o resultado final, também será uma Cota e não deverá ser usado ou comparado com outros trabalhos que usem outras Cotas de referências diferentes.

Abaixo, segue a Figura 20 e sua respectiva Caderneta de Campo com um exemplo de procedimento prático de Nivelamento Geométrico Simples, com dados reais.

Notem que, o usuário partiu de uma Altitude de valor 11000 mm, onde 11000 mm é a distância compreendida entre o ponto E0 e o NMM (plano de referência), e colocou a Mira-falante em cima desse ponto, fazendo a leitura do fio médio, encontrando o valor de Ré de 500 mm. Então, somou-se a Cota + Ré e encontrou a Altura da Visada no valor de 11500 mm. Após essa primeira leitura, o usuário girou o instrumento para o ponto E1 e fez a leitura da Vante no valor de 800 mm e obteve a nova Altitude no valor de 10700 mm, pois subtraiu a Altura de Visada da Vante para obter a Altitude.

Figura 20 – Nivelamento Geométrico Simples com dados de campo.



Fonte: Machado (2024).

Simultaneamente as leituras é realizado o preenchimento da Caderneta de Campo, onde se colocam os valores de Cotas/Altitude, leituras e Altura de Visada para acompanhamento, cálculos e registro final do trabalho.

Notem que, na Caderneta de Campo, as Leituras de Ré e Vante estão na mesma coluna, pois se subentende que numa mesma estação a primeira leitura é a Ré, então, não há necessidade de informar que aquela leitura é de Ré, pois facilmente se distinguem.

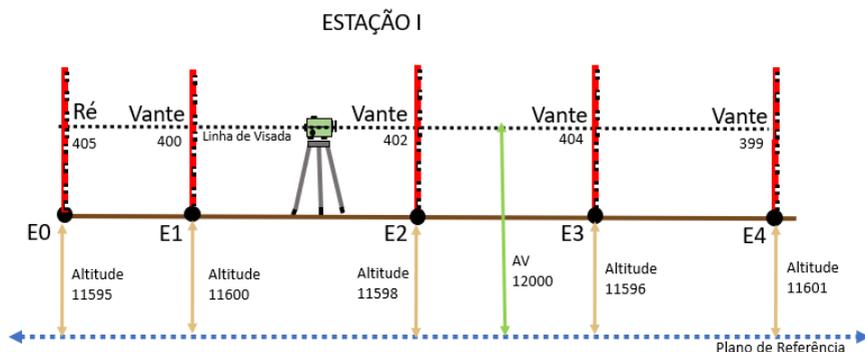
<i>Caderneta de Campo</i>				
<i>Estação</i>	<i>Pontos visados</i>	<i>Leituras</i> <i>(mm)</i>	<i>AV</i> <i>(mm)</i>	<i>Cotas</i> <i>(mm)</i>
<i>I</i>	<i>E0</i>	<i>500</i>	<i>11500</i>	<i>11000</i>
	<i>E1</i>	<i>800</i>		<i>10700</i>

Para tanto, o Nivelamento Geométrico Simples, pode também ser composto por mais de uma Vante, como por exemplo, ocorre quando se faz uma Quadriculação do terreno, onde apenas de uma estação é possível obter todos os pontos, desde que, não haja obstáculos nem distancie 80 m do instrumento a algum ponto.

Em minha experiência, vi pessoas acharem que as leituras no mesmo sentido (E0 e E1 na Figura 21) seriam chamadas de Ré e as do sentido oposto (E2, E3 e E4) seriam Vante. Essa afirmação é errada, pois, como vimos anteriormente, apenas a primeira leitura se chama Ré, ou seja, é apenas a primeira leitura que é o referencial e, por ela se forma a Altura de Visada (AV).

No exemplo abaixo (Figura 21), ocorre uma demonstração de Nivelamento Geométrico Simples, com diversas Vantes partindo de uma Altitude e como ocorre a anotação, em sua respectiva caderneta.

Figura 21 – Nivelamento Geométrico Simples com mais de uma Vante.



Fonte: Machado (2024).

<i>Caderneta de Campo</i>					
Estação	Pontos visados	Leituras (mm)	AV (mm)	Cotas (mm)	
I	E0	405	12000	11595	
	E1	400		11600	
	E2	402		11598	
	E3	404		11596	
	E4	399		11601	

7. Técnica prática do Nivelamento Geométrico Composto

O Nivelamento Geométrico Composto é uma sucessão de Nivelamentos Geométricos Simples amarrados por pontos de

mudança de estação. Para melhor andamento do trabalho, deve-se escolher os pontos mais limítrofes, dentro da coerência técnica e dentro das normas vigentes, para que haja maior eficiência no percurso para se obter as Cotas/Altitudes.

Escolher a posição estratégica onde ficará o instrumento é umas das operações mais importantes, pois é nela que irão determinar e visualizar todos os pontos da estação.

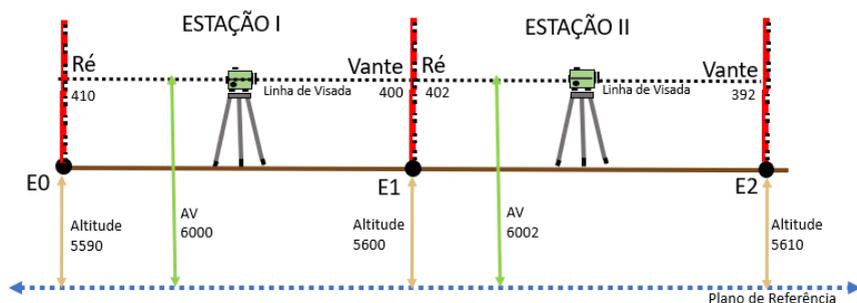
a) Pontos de mudança de estação

O procedimento do Nivelamento Geométrico Composto é basicamente igual ao do Simples, mas que difere na hora de mudar de estação. O topógrafo deverá ficar atento quando houver a mudança, pois, deverá colocar a Mira-falante exatamente no mesmo ponto que estava quando for fazer a Leitura de Ré da próxima estação. Note que, nos pontos de mudança ocorrem a Leitura de Vante da estação anterior e a Leitura de Ré para a próxima estação. Para evitar colocar novamente no mesmo ponto a Mira-falante e ocasionar um determinado erro, já na casa de milímetros, é interessante o auxiliar que faz uso da Mira-falante, não a retirar do local após a Leitura de Vante da estação I (por exemplo), apenas deve girar a Mira-falante para que haja a leitura da Ré para estação II, sem que haja maiores riscos de erros, após o procedimento.

b) Exemplo prático de Nivelamento Geométrico Composto

No exemplo abaixo (Figura 22), temos duas estações das quais temos o ponto inicial (E0), intermediário (E1) e o ponto final (E2).

Figura 22 – Nivelamento Geométrico Composto.



Fonte: Machado (2024).

Caderneta de Campo				
Estação	Pontos visados	Leituras (mm)	AV (mm)	Cotas (mm)
I	E0	410	6000	5590
	E1	400		5600
II	E1	402	6002	5600
	E2	392		5610

Nesse exemplo, iniciamos os trabalhos em uma Altitude igual a 5590 mm. Foi realizada a Leitura de Ré (410 mm) no ponto E0 e obteve-se a Altura de Visada no valor de 6000 m para a primeira estação. Ainda na primeira estação, houve a Leitura de Vante no valor de 400 mm no ponto E1 e obteve-se a Altitude de 5600 mm. Logo após essa leitura, o auxiliar de topografia que está na Mira-falante ficará na mesma posição, apenas girando a Mira-falante para o sentido da próxima leitura nesse mesmo ponto, a Leitura de Ré para estação II.

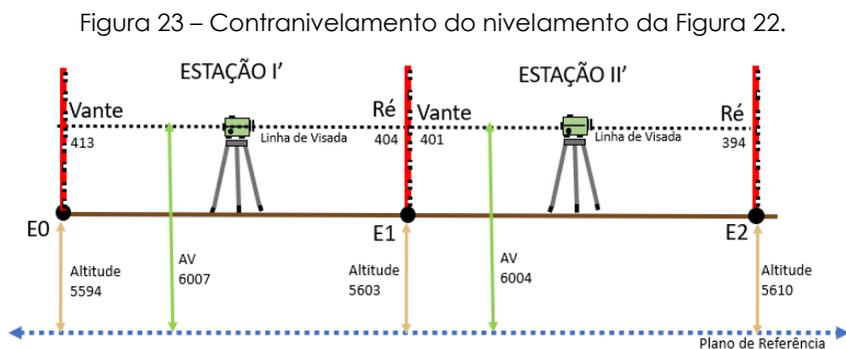
O usuário que está no instrumento irá retirar o instrumento do local com bastante cuidado e conduzirá para o próximo local onde ele será estacionado e será feita a calagem do instrumento, conforme aprendemos anteriormente. Com a luneta virada para o ponto E1, será realizada a Leitura de Ré, que neste caso, foi de 402 mm, ocasionando uma nova Altura de Visada no valor de 6002 mm, e após isso, se faz a Leitura de Vante em E2, e se obtém a Altitude no valor de 5610 mm.

Após todo trabalho para efeito de prova, deve-se fazer o contranivelamento que é o percurso inverso, podendo ou não passar pelos mesmos pontos do nivelamento. Caso os pontos de interesse são o inicial e o final, não há necessidade em passar pelos pontos intermediários do nivelamento no contranivelamento. Caso os pontos intermediários sejam de interesse, é obrigatória a passagem de volta nesses pontos envolvidos.

8. Contranivelamento

O contranivelamento é o procedimento de comparação ou contraprova do trabalho realizado. Nele, se faz o percurso inverso ao do nivelamento. É importante também salientar que, após a leitura da última estação do nivelamento, se retira o instrumento e reinstala do zero como qualquer outra mudança de estação. Quando se volta exatamente pelos pontos do nivelamento, em um sistema de uma Ré e uma Vante, todos os pontos que foram Rés no nivelamento, serão Vantes no contranivelamento e os que foram Vantes no Nivelamento serão Rés no contranivelamento. Caso haja mais de uma Vante na estação, essa teoria não funciona, visto que, só existe uma Ré em cada estação.

O exemplo abaixo (Figura 23) demonstra o contranivelamento realizado a partir do nivelamento da Figura 22 e sua respectiva Caderneta de Campo.



Fonte: Machado (2024).

<i>Caderneta de Campo</i>				
<i>Estação</i>	<i>Pontos visados</i>	<i>Leituras</i> (mm)	<i>AV</i> (mm)	<i>Cotas</i> (mm)
<i>II'</i>	<i>E2</i>	<i>394</i>	<i>6004</i>	<i>5610</i>
	<i>E1</i>	<i>401</i>		<i>5603</i>
<i>I'</i>	<i>E1</i>	<i>404</i>	<i>6007</i>	<i>5603</i>
	<i>E0</i>	<i>413</i>		<i>5594</i>

Notem que, pelo mesmo ponto intermediário que se fez o nivelamento, voltamos por ele para contraprovar se estava coerente ou não. Como nesse exemplo, foi realizada apenas uma Ré e uma Vante, em cada estação. Todos os pontos que foram Rés no nivelamento, serão Vante no contranivelamento e vice-versa.

Após terminar o nivelamento, o usuário retirou o instrumento do lugar e recolocou no mesmo espaço que estava, fez a Leitura de Ré (394 mm) no ponto E2 e obteve a Altura de Visada no valor de 6004 mm. Após isso, fez a Leitura de Vante na mesma estação II' e obteve a Altitude de 5603 mm.

Notem que, na contraprova, houve uma diferença de 3 mm em relação a Altitude encontrada no nivelamento, devendo averiguar se isto é significativo ou não, estudando a tolerância e erro.

Após as leituras na estação II', o usuário retirou o instrumento do local e reinstalou na estação I' para Leituras de Ré e Vante,

sendo a Ré no valor de 404 mm e Vante no valor de 413 mm, obtendo a Altura de Visada no valor de 6007 mm e Altitude 5594 mm, diferente da Altitude original e exata no de valor de 5590 mm. Então, vamos recorrer a discussão de erro e tolerância a seguir.

9. Tolerância, erro e distribuição

Antes de iniciarmos o processo de correção, é necessário sabermos que outros autores falam sobre a tolerância:

Segundo o livro de GARCIA e PIEDADE (1984), eles classificam-se a tolerância em:

- a) alta ordem: tolerância é de $\pm 1,5$ mm/km percorrido.
- b) primeira ordem: tolerância é de $\pm 2,5$ mm/km percorrido.
- c) segunda ordem: tolerância é de 1,0 cm/km percorrido.
- d) terceira ordem: tolerância é de 3,0 cm/km percorrido.
- e) quarta ordem: tolerância é de 10,0 cm/km percorrido.

Já Espartel (1987) fala que a tolerância deve ser:

$$T = \pm 5 \text{ mm} \times DH^{1/2}(\text{km}).$$

Ora, a tolerância é algo a ser bastante considerado, visto que, é uma mistura do que os dois autores abordam. Dividir em classes é uma boa alternativa para se caracterizar uma

determinada tolerância e também quanto mais o percurso é maior, a tolerância pode ser maior, porém, isso serve para algumas situações, pois quem deve definir a tolerância é o próprio serviço. Imagine que devemos nivelar dois trilhos de uma ferrovia, e todos sabem que seu nivelamento deve ser quase que exato, mas imaginemos que usássemos essa mesma ideologia de tolerância a partir da distância para trilhos distanciados em grandes proporções, isso não funcionaria para nós.

Então, usar a tolerância para aceitar o erro, requer um bom senso do usuário e não se deve prender apenas em algumas classes ou fórmulas. Elas servem para se dar um embasamento importante, mas não como usar ela como regra definitiva.

Como nosso exemplo utilizado nas Figuras 22 e 23 não informam que tipo de serviço fizemos, vamos nos basear na fórmula de Espartel (1987).

Após o final do trabalho, encontramos para o ponto intermediário E1 os valores de 5600 mm e 5603 mm, respectivamente para nivelamento e contranivelamento, e para o ponto inicial 5590 mm e 5594 mm. Baseando no final do trabalho, vemos que sobraram 4 mm de erro. Assim, se considerarmos que percorremos o limite máximo entre o ponto e a estação (80m), temos que, percorremos ao total de nivelamento e contranivelamento a distância horizontal de 640 m. Utilizando a fórmula $T = \pm 5 \text{ mm} \times DH^{1/2}(\text{km})$, temos: $T = \pm 5 \text{ mm} \times 0,64^{1/2}(\text{km})$, ou seja, a tolerância é igual a $\pm 4 \text{ mm}$.

Se pegarmos o erro no valor de 4 mm e a tolerância no valor de 4 mm, podemos distribuir esse erro no trabalho. Caso o erro fosse maior que a tolerância, deveríamos refazer todo o trabalho, ou parte dele, caso tenha segurança onde estariam os pontos.

Então, +4 mm dividido pela quantidade de estações envolvidas (4) será igual a -1 mm para cada estação, conforme veremos na caderneta abaixo.

Caderneta de Campo						
Estação	Pontos vísados	Leituras	AV (mm)	Cotas (mm)	Correções (mm)	Cotas corrigidas
I	E0	410	6000	5590		
	E1	402		5600	- 1 mm	5599
II	E1	402	6002	5600		
	E2	392		5610	- 2 mm	5608
II'	E2	394	6004	5610		
	E1	401		5603	- 3 mm	5600
I'	E1	404	6007	5603		
	E0	413		5594	- 4 mm	5590

Notem que, mesmo após a distribuição, há dois valores distintos para E1. Nesse caso, a correção não é algo absoluto é apenas uma maneira de distribuir o erro e não ficar algo desproporcional e incoerente entre os pontos determinados. Nesse

caso, o usuário deverá escolher o valor que mais se assemelha com o trabalho, que é algo muito difícil de saber, ou simplesmente, utilizar qualquer um desses valores como produto final.

Notem também que, essa distribuição não exime de erros o trabalho. É simplesmente uma maneira de mascarar o erro de forma menos grosseira e mais aceitável para o trabalho final, diminuindo a média geral do erro e trazendo para mais próximo do valor verdadeiro.

CAPÍTULO 12

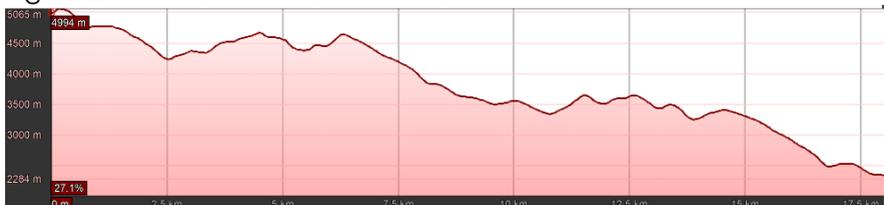
PERFIL LONGITUDINAL, DECLIVIDADE E SEÇÃO TRANSVERSAL

1. Conceito de perfil

O perfil é uma forma de representação do relevo (Figura 24), onde se vê na imagem apenas a vista lateral e ortogonal de um determinado objeto. É como se tivesse feito no terreno um corte lateral e projetado graficamente esse corte. Continuando a mesma definição, é como se passasse pelo objeto de interesse um plano perpendicular ao plano topográfico, trazendo todos os pontos de interesse para análise, estudo e comparações.

O perfil divide-se em Perfil Longitudinal e Perfil Transversal ou também chamado de Seção Transversal. O Perfil Longitudinal é aquele que ocorre no eixo principal do objeto em questão. Já a Seção Transversal, configura um corte efetuado perpendicular ao eixo principal deste trabalho.

Figura 24 – Perfil de uma cadeia de montanhas no Peru.



Fonte: Google Earth, 2022.

2. Perfil longitudinal

O Perfil Longitudinal (Figura 25) é uma representação do relevo que ocorre a partir de um corte imaginário no eixo principal do objeto na qual se deseja representar. Para determinação de um Perfil Longitudinal é importante salientar que os pontos a serem coletados devem ter a mesma referência de estaqueamento, mesmo que haja pontos de mudança de conformidade do terreno entre os pontos estaqueados. Para que não haja esses pontos importantes fora do estaqueamento, um bom estudo do local antes de se fazer o levantamento deve ser considerado para que se represente da melhor maneira possível o Perfil Longitudinal. Caso haja pontos de interesse fora desse estaqueamento, o chamaremos de estacas fracionárias e as veremos mais adiante.

Figura 25– Perspectiva e Perfil Longitudinal da Ilha da Madeira, Portugal.



Fonte: Google Earth, 2022.

a) Escalas

Quando se deseja representar o Perfil Longitudinal ou Seção Transversal em um gráfico, há de se tomar alguns cuidados para que seja bem representado. Como sabemos, a maioria dos casos de trabalhos, a distância horizontal é quase sempre muito maior que a distância vertical, como por exemplo, a Figura 25 acima. Vemos que a Ilha da Madeira tem uma distância horizontal de aproximadamente de 45 km, enquanto sua distância vertical não passa dos 1800 m. Ora, se formos representar essas grandezas na mesma escala, teremos algo parecido com a figura (26) abaixo.

Figura 26 – Ilha da Madeira representada em mesma escala.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Então, para melhor representação do relevo, devemos utilizar duas escalas para as distâncias verticais e horizontais, sendo a escala vertical dez vezes maior que a horizontal para que o terreno seja bem representado. E porque ser dez vezes maior? Ora, isso é para a maioria dos casos. Veja esse exemplo real da Ilha da Madeira. Se pegarmos a Altitude 1700 m e multiplicarmos por 10, teremos 17 km, ou seja, os dados de distância horizontal de 45 km se assemelham aos 17 km hipotéticos criados a partir do aumento da escala. Como se percebe, aumentar dez vezes a escala vertical é

apenas uma média para que a maioria dos trabalhos possam ser bem representados.

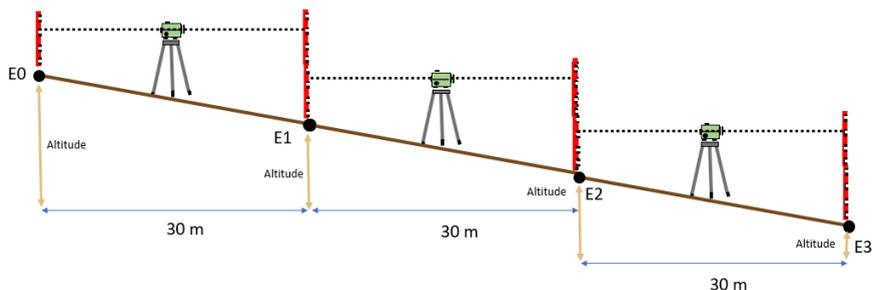
Portanto, caso determinamos a escala horizontal de 1/300, então, conseqüentemente a escala vertical deverá ser 1/30.

b) Estaqueamento

O Estaqueamento é um procedimento topográfico no qual se cria uma reta, com pontos distanciados de forma igual para obtenção do Perfil Longitudinal. Quando um ponto é aleatório, o chamamos de p_0 , p_1 , p_2 , p_n , mas quando os pontos são equidistantes e seguem uma determinada reta, o chamamos de Estacas e devem ser chamados pelos símbolos E_0 , E_1 , E_2 , E_n (Figura 27).

Na Topografia, a equidistância entre as estacas deve ser determinada, de acordo com a necessidade do trabalho. Por convenção, quando não informamos os valores horizontais desse estaqueamento é porque utilizamos 20 m.

Figura 27 - Estaqueamento topográfico.

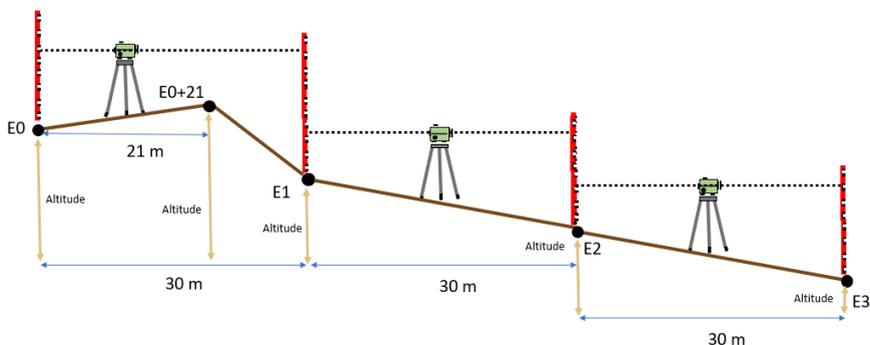


Fonte: Machado Júnior, 2026.

c) Estaca fracionária

Mesmo com um bom planejamento para evitar estacas fracionárias, as vezes é quase impossível evitá-las. Para trabalhar com elas, simplesmente, fazemos a medição proporcional entre a última estaca e à estaca anterior e a denominamos com a simbologia da estaca anterior + a distância entre as estacas em metros, como por exemplo, temos na Figura 28. Nessa figura, temos um estaqueamento de 30 m, mas existe um ponto de mudança de conformidade do relevo entre as estacas E0 e E1. Para incluir ela na Caderneta de Campo e se fazer as medições altimétricas, simplesmente a chamamos de E0+21 e os dados altimétricos permanecerão normais para qualquer estaca, mesmo fracionária.

Figura 28 – Estaqueamento com estacas fracionárias.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

d) Desenho do Perfil Longitudinal

Para começarmos a desenhar o Perfil Longitudinal é fundamental seguir os passos:

- 1) Fazer o estudo prévio do local
- 2) Definir a distância do estaqueamento
- 3) Descobrir a Altitude do primeiro ponto ou definir a Cota de partida desse ponto
- 4) Fazer o Nivelamento Geométrico determinando todas as Cotas/Altitudes do estaqueamento.
- 5) Determinar o tamanho do papel
- 6) Definir as escalas vertical e horizontal
- 7) Fazer o desenho do perfil.

Vamos começar hipoteticamente a partir do tópico 4 realizado, visto que, já estudamos como obter as Altitudes/Cotas, através do Nivelamento Geométrico. De posse da Caderneta de Campo abaixo, vamos desenhar o perfil, através dos seguintes passos:

Caderneta de Campo				
Estação	Pontos visados	Leituras	AV (mm)	Cotas (mm)
I	E0	1000	6000	5000
	E1	500		5500
II	E1	750	6250	5500
	E2	250		6000
III	E2	500	6500	6000
	E3	250		6250
IV	E3	750	7000	6250
	E4	500		6500

Obs:
Distâncias entre
estacas de 30 m

e) Passos:

Para determinar as escalas é necessário descobrir a distância horizontal percorrida e a distância vertical máxima do relevo.

Então, temos que, a distância horizontal percorrida é de 120 m e a distância máxima vertical é de 1500 mm.

Agora é o momento de definir o tamanho do papel que se quer trabalhar. A escolha do tamanho do papel vai depender da norma do trabalho ou escolha do próprio usuário.

Nesse caso, escolhemos o papel A3 que mede 297 mm por 410 mm

De posse do tamanho do papel e das distâncias verticais, vamos fazer uma relação da maior distância com o maior lado do papel e a menor distância com o menor lado do papel.

Nesse caso, vamos relacionar 120 m com o lado 420 mm e 1500 mm com 297 mm.

Agora, vamos dividir a distância horizontal do terreno com o tamanho do papel para se obter a escala horizontal. Notem que, quando dividimos a distância horizontal pelo maior lado do papel, as estacas E0 e E4 irão coincidir exatamente com as bordas do papel, restando arredondar a escala para um valor de módulo maior para que caiba com certa folga, além desse valor de módulo maior contemplar uma escala arredondada ou chamada de escala ideal, pois ela facilitará os trabalhos, além de ser visualmente melhor.

$$\text{Módulo da escala} = 120 \text{ m} / 0,42 \text{ m}$$

$$\text{Módulo da escala} = 285,714$$

Módulo da escala ideal = 300 ou 500, nunca 200, 100, etc, pois a representação ficará maior do que o papel.

Definido a escala horizontal ($E=1:300$ ou $E=1:500$), conseqüentemente temos a escala vertical no valor de $E=1:30$ ou $E=1:50$. Agora precisamos verificar se utilizarmos as escalas $1:30$ ou $1:50$, ao dividir o lado menor do papel com a distância vertical irá caber no papel.

$$\text{Módulo da escala vertical} = 1500 \text{ mm} / 297 \text{ mm}$$

$$\text{Módulo da escala vertical} = 5,05$$

A escala vertical foi de $1:5,05$, ou seja, esse valor cabe exatamente nas extremidades do papel, qualquer módulo maior do que isso o desenho caberá com folga no papel e qualquer módulo menor do que isso não será possível trabalhar, pois o desenho estará fora do papel.

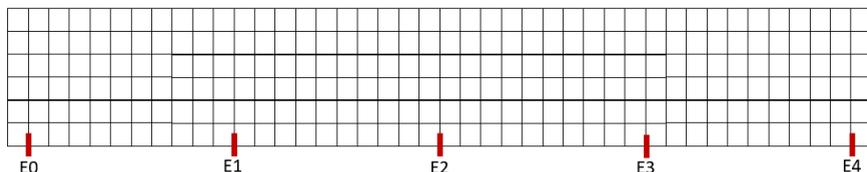
Como vemos, as escalas $1:30$ e $1:50$ são possíveis de se escolher, basta o usuário saber qual melhor define seu trabalho. Como as escalas $1:300$ e $1:30$ são possíveis e estão mais próximas do tamanho máximo do papel vamos utilizar elas para desenhar o perfil.

f) Escalas $1:30$ e $1:300$

Se fizermos uma analogia da distância entre as estacas $E0$ e $E1$ no valor de 30 m , para a escala horizontal de $1:300$, significa que a cada 1 cm do papel corresponde a 300 cm (3 m) do real. Como a distância é de 30 m , a representação será de 10 cm entre as estacas

E0 e E1, assim como E1 e E2; E2 e E3; E3 e E4, totalizando 40 cm dos 42 cm do papel, conforme o desenho da figura (29) abaixo:

Figura 29 – Estacas E0 a E4 espaçados no papel centimetrado.

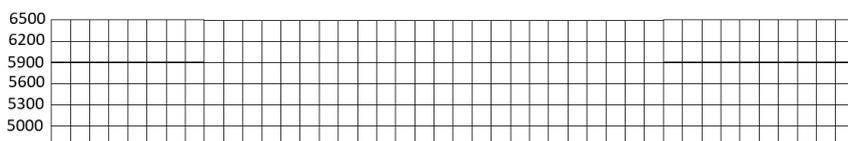


Fonte: Machado Júnior, 2026.

Para a distância vertical, vamos traçar uma sequência de Altitudes a nossa escolha, podendo ser de 250 mm, 500 mm, 1000 mm, entre outros. Como a menor Altitude é de 5000 mm e a maior é de 6500 mm e a escala é de 1:30, vamos escolher a distância a cada 300 mm, como por exemplo, 5000 mm, 5300 mm, 5600 mm, 5900 mm, 6200 mm, 6500 mm.

Então, pela escala 1:30, se a cada 1cm no papel corresponde a 30 cm (300 mm) no real, então cada tracejado de 300 mm de Altitude será representado no papel por 1 cm, conforme figura 30 abaixo.

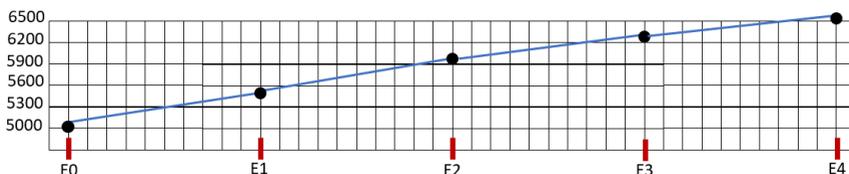
Figura 30 – Traçado das Altitudes no papel centimetrado.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Para finalizar, vamos relacionar as Altitudes de cada estaca no desenho do papel, nesse caso centimetrado, conforme a figura (31) abaixo.

Figura 31 – Perfil Longitudinal do nivelamento da Caderneta de Campo deste capítulo.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

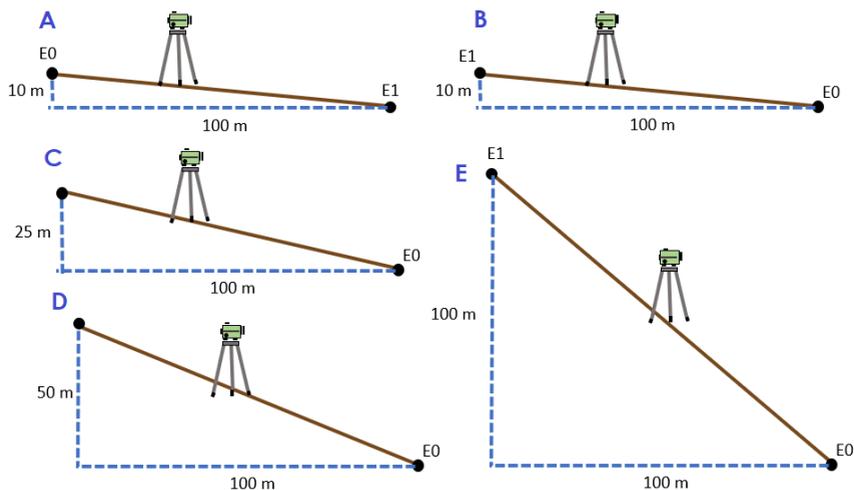
3. Declividade

A declividade é a relação entre a distância vertical com a horizontal de um determinado trecho em linha reta, podendo ser dada em porcentagem. A declividade pode ser negativa ou positiva, de acordo com o sentido do trabalho. Se o sentido for início do trabalho para o final do trabalho, subindo, será positiva e o inverso negativa, expressa em +% ou -%.

$$\text{Declividade em \%} = \frac{DV \times 100}{DH}$$

A declividade pode variar de infinito negativo a infinito positiva, vejamos alguns exemplos de declividade na Figura 32 abaixo:

Figura 32 – Declividades de -10%(A), +10%(B), +25%(C), +50%(D) e 100%(E).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

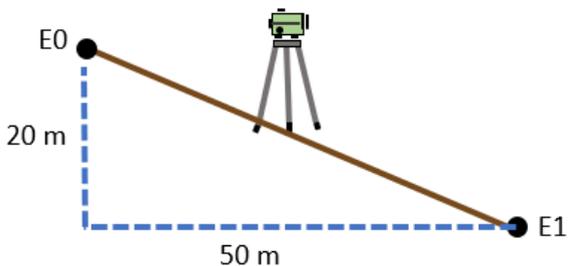
Como vimos anteriormente, existem uma infinidade de declividades, no exemplo abaixo, calculamos a declividade de acordo com os dados da figura.

$$\text{Declividade} = (DV \times 100) / DH$$

$$\text{Declividade} = (-20 \times 100) / 50$$

$$\text{Declividade} = (-2000) / 50$$

$$\text{Declividade} = -40\%$$

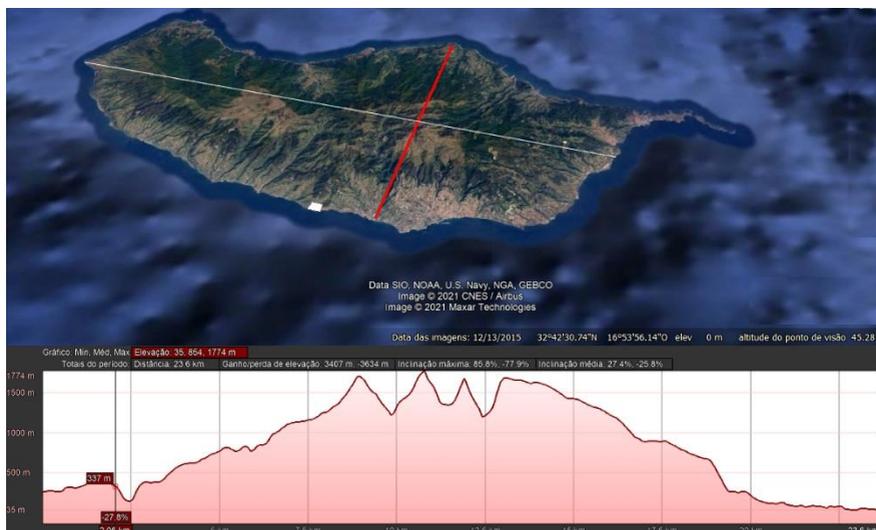


4. Seção Transversal

A Seção Transversal é um corte lateral e ortogonal realizado perpendicularmente ao eixo principal do objeto a ser estudado, com intuito de se obter a representação do relevo, através de uma vista perpendicular ao eixo principal do projeto.

Ao contrário do Perfil Longitudinal, onde é realizado o estaqueamento, os pontos das seções não são realizados por estaqueamento, e sim, de acordo com a mudança de conformidade do terreno (Figura 33).

Figura 33 – Perspectiva e Seção Transversal (em vermelho) da Ilha da Madeira, Portugal.

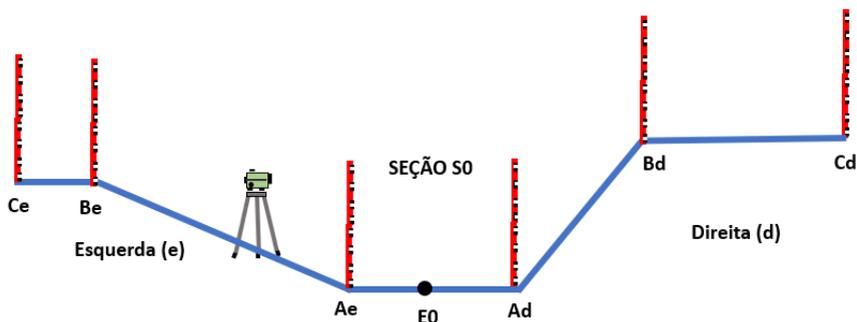


Fonte: Google Earth, 2022.

Para obtenção das Seções Transversais, é necessário fazer o levantamento do Perfil Longitudinal, através de Nivelamento Geométrico, no qual o usuário obterá os valores das estacas, que serão os pontos-chave (referenciais) para formação das seções.

As seções são compostas de diversos pontos, sendo a estaca do Perfil Longitudinal o principal ponto, da qual dará o nome a seção, como por exemplo, a estaca E0 será o ponto central da Seção 0 (S0). A partir do ponto central da seção, todos os pontos que estiverem à direita do ponto central terá em sua nomenclatura (d) e os da esquerda (e), começando a partir de A até o fim de cada lado da seção, como mostra a figura (34) abaixo.

Figura 34 – Pontos da Seção Transversal S0.

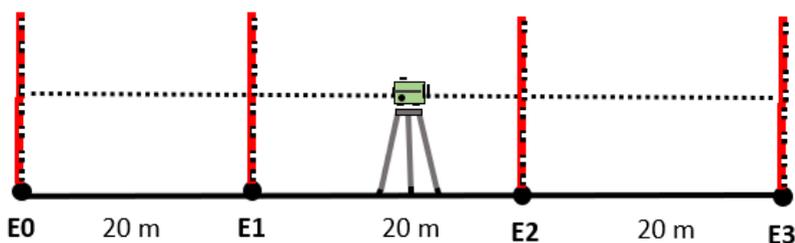


Fonte: Machado Júnior, 2026.

a) Procedimento prático

Após realização do Nivelamento Geométrico do Perfil Longitudinal (Figura 35) se faz a Seção Transversal.

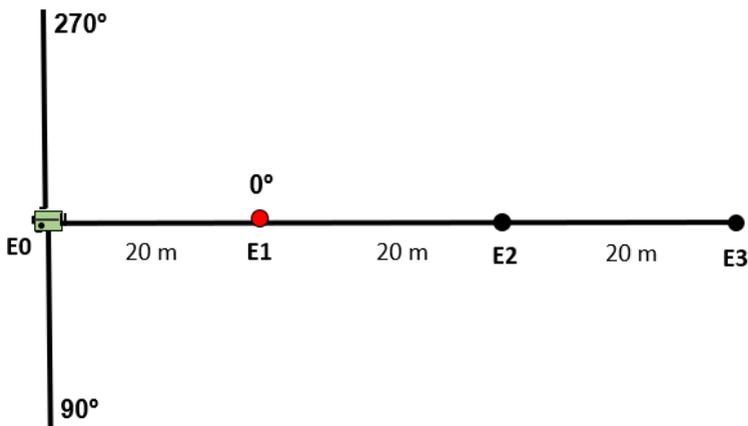
Figura 35 – Nivelamento Geométrico do Perfil Longitudinal.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Primeiramente, escolhe-se a seção que se quer fazer o levantamento. Para traçar a linha perpendicular ao eixo principal do trabalho, coloca o instrumento em cima da estaca da seção, com o instrumento mira-se na Balizas da seção posterior ao trabalho. Zera-se o ângulo horizontal do instrumento e, após esse procedimento, gira o instrumento até chegar aos 90° para a direita do eixo principal e 270° para esquerda desse mesmo eixo (Figura 36).

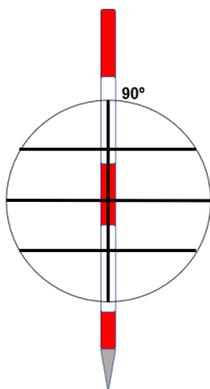
Figura 36 – Traçando a linha perpendicular ao eixo principal do trabalho (vista superior).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Nesse momento (0° ou 270°), o usuário visualiza o fio vertical na luneta e pede ao auxiliar que desloque a Balizas para esquerda ou direita até que ela fique alinhada a este fio vertical, afim de se traçar a linha perpendicular (Figura 37).

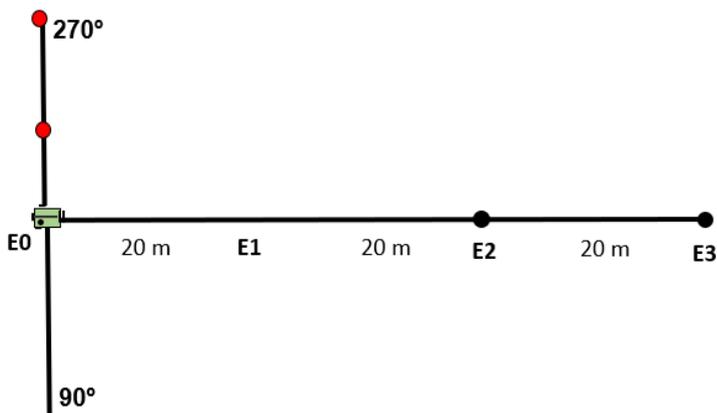
Figura 37 – Alinhamento da Baliza no fio vertical da luneta.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Mais uma vez coloca-se a Balizas alinhadas a este fio vertical em outro ponto atrás ou na frente do primeiro determinado, formando uma reta perpendicular ao eixo principal, conforme Figura 38.

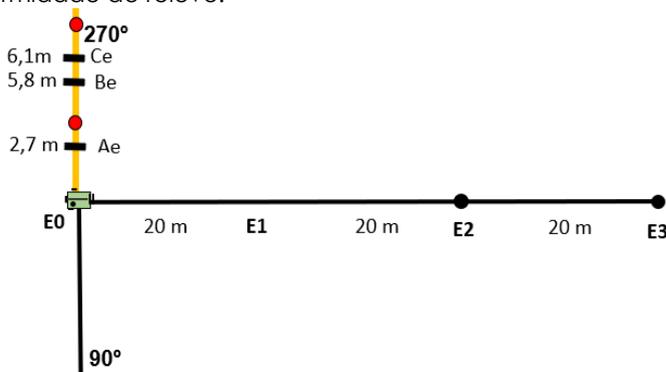
Figura 38 – Alinhamento de dois pontos na Seção 0, através do alinhamento da Baliza no fio vertical da luneta.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Após isso, com auxílio de uma Trena, o auxiliar deve marcar os pontos A, B, C, entre outros, de acordo com a mudança de conformidade do terreno, tanto na direita quanto na esquerda, formando assim, a linha da Seção Transversal, faltando apenas a obtenção das Altitudes/Cotas através do Nivelamento Geométrico (Figura 39).

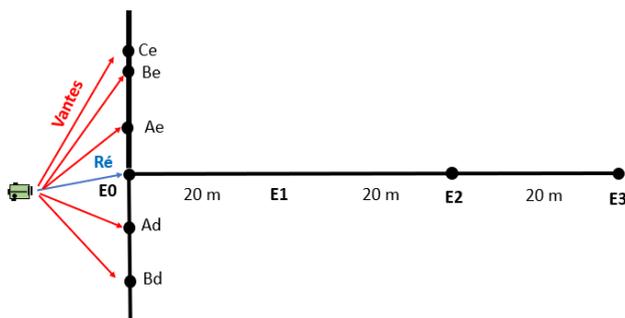
Figura 39 – Marcação dos pontos da seção, de acordo com a mudança de conformidade do relevo.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

O Nivelamento Geométrico da seção é realizado, primeiramente retirando o instrumento em cima da estaca, pois usou apenas para determinar o ângulo 90° e 270° em relação ao eixo principal, e o colocando em uma posição da qual possa fazer todas as leituras da seção. A primeira leitura (Leitura de Ré) será obrigatoriamente na estaca da seção e as demais leituras (leituras de Vante) são realizadas nos pontos A, B, C, etc, tanto da esquerda quanto da direita (Figura 40).

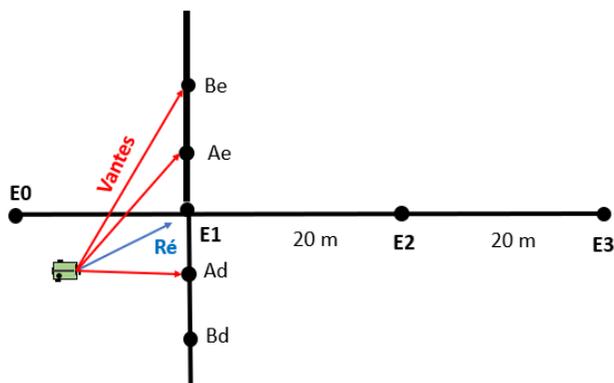
Figura 40 – Determinação das Cotas e Altitudes da Seção 0.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Após o término da obtenção das Cotas/Altitudes dos pontos da primeira seção, se retira o instrumento e coloca-se numa posição estratégica para leitura de todos os pontos da próxima seção (Figura 41), resguardado que, antes, deve-se através do instrumento, traçar a linha da próxima seção, conforme fizemos nas Figuras 36 a 39.

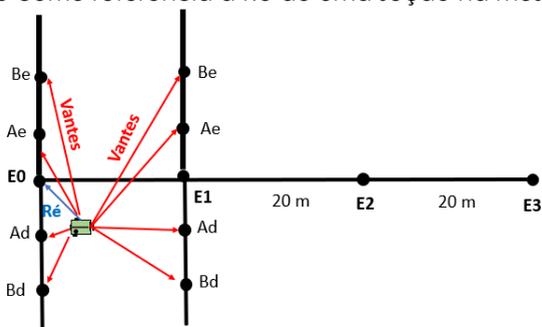
Figura 41 – Determinação das Cotas e Altitudes da Seção 1.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

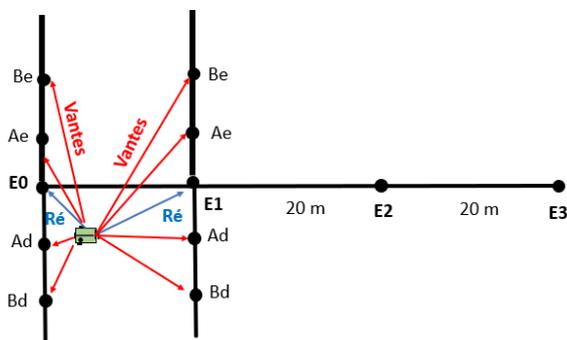
Apesar da possibilidade de poder se fazer as leituras de vários pontos de diversas seções na mesma estação, essa prática não deve ocorrer, caso use-se a Ré de apenas uma seção (Figura 42). Podendo apenas, na mesma posição, usar as Rés e Vantes isoladamente para cada seção, conforme Figura 43.

Figura 42 – Prática errada de Leituras de Vantes. Leituras em duas seções tomando como referência a Ré de uma seção na mesma estação.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Figura 43 – Prática de Leituras de Rés e Vantes, na mesma estação, de forma isolada.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

b) Preenchimento na Caderneta de Campo

O preenchimento da caderneta segue os mesmos critérios do preenchimento do perfil longitudinal. A única alteração é a distância entre os pontos da seção que são diferentes entre si, conforme a Caderneta de Campo abaixo:

<i>Caderneta de Campo</i>					
<i>Estação</i>	<i>Pontos visados</i>	<i>Leituras</i>	<i>AV (mm)</i>	<i>Cotas (mm)</i>	<i>DH (m)</i>
I	E0	1000	6000	5000	Distâncias entre estacas de 30 m
	E1	500		5500	
II	E1	750	6250	5500	
	E2	250		6000	
S0	E0	500	5500	5000	0,0
	Ae	250		5250	2,4
	Be	350		5150	3,7
	Ad	450		5050	2,3
	Bb	750		4750	3,7
	Cd	500		5000	4,3

c) Desenho do Perfil Transversal

O desenho da Seção Transversal no papel deverá seguir os mesmos passos do Perfil Longitudinal.

CAPÍTULO 13

NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

1. Conceito de Nivelamento Trigonométrico

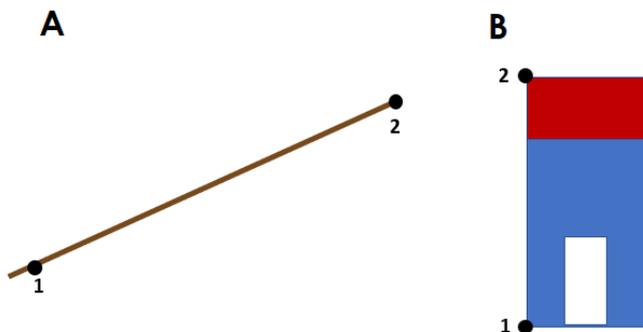
O Nivelamento Trigonométrico é um método de nivelamento que se baseia na determinação da Diferença de Nível entre dois pontos em um terreno.

O Nivelamento Trigonométrico pode ser uma alternativa mais viável que o Nivelamento Geométrico quando existirem grandes desníveis. Normalmente, usa-se para a determinação de alturas de árvores, pontes, edificações, entre outros. O Nivelamento Trigonométrico é a melhor alternativa nesses casos, devido ao Nivelamento Geométrico, nessas situações, ser mais limitado, devido trabalhar apenas com visadas horizontais, sendo então, mais rápido que o Nivelamento Geométrico, em se tratando de objetos altos. Seu princípio dar-se por Trigonometria, através do triângulo reto, na qual, através da determinação do ângulo entre o cateto e a hipotenusa (ângulo alfa) e pela determinação de um dos catetos (distância horizontal), descobre-se o valor do outro cateto que é a altura do objeto ou parte dela.

Existem dois tipos levantamento trigonométrico relacionados a distância horizontal dos pontos (1 e 2) a serem

determinados a Diferença de Nível: DH diferente de zero ($NT_{DH \neq 0}$) e DH igual a zero ($NT_{DH=0}$) para os pontos 1 e 2 (Figura 44).

Figura 44 – Em A a distância horizontal diferente de zero e em B DH igual a zero ($NT_{DH=0}$) para 1 e 2.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

a) Diferença de Nível no terreno: DH diferente de zero dos pontos de determinação da Diferença de Nível (1 e 2).

A Figura 45 demonstra, na prática, como ocorre a determinação da Diferença de Nível entre dois pontos com a distância horizontal diferente de zero.

Essa determinação dar-se por instalar o Teodolito no primeiro ponto (ponto 1) e colocar a Mira-falante no ponto que se deseja saber a Diferença de Nível em relação ao primeiro ponto (ponto 2). O usuário deverá fazer as leituras do ângulo alfa, altura do instrumento (AI) em metro, fio médio (FM), nesse caso em metros, pois está fazendo uma relação trigonométrica com outras variáveis

em metros e distância horizontal (DH), também em metros. Esta obtenção da distância horizontal poderá ser realizada com a Trena, dependendo da situação, ou com os fios estadimétricos (FS e FI), para então, colocar nas fórmulas abaixo:

$$\operatorname{tg} \alpha = (FM^{***} + Z) / DH$$

***Leitura do fio médio em metros

$$DN = AI_s + Z$$

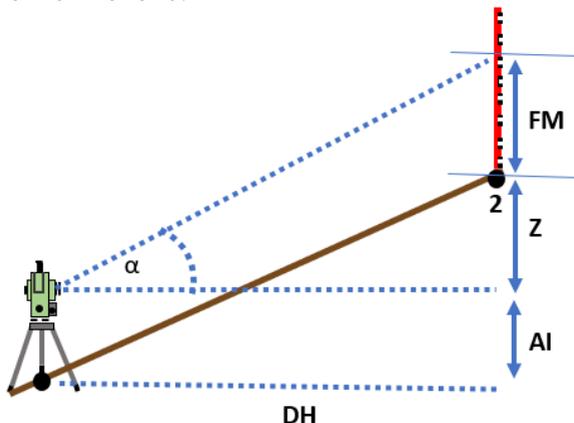
Calcular a distância horizontal através dos fios estadimétricos:

$$DH(m)^{**} = [(FS^* - FI^*) \times \operatorname{Cos}^2 \alpha] / 10$$

* Leitura dos fios superior e inferior devem ser em milímetros

** DH através da Taqueometria quando a luneta não está na posição horizontal ao plano topográfico (Nosso exemplo).

Figura 45 –Determinação da Diferença de Nível entre dois pontos de DH diferentes de 0 em um terreno.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

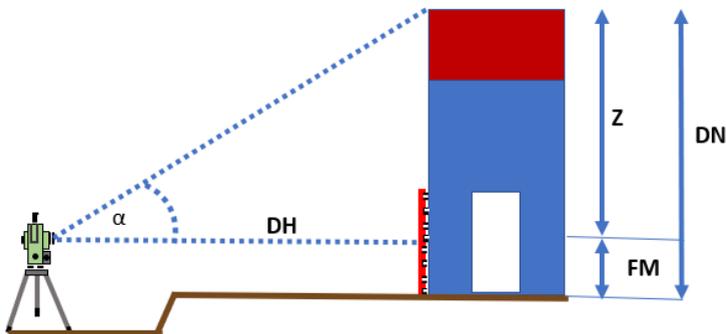
b) Altura de objetos: DH igual a zero nos pontos de determinação da Diferença de Nível (1 e 2).

Para determinar a altura dos objetos, onde o DH dos pontos 1 e 2 são iguais a 0, se coloca o Teodolito em cima do ponto 1 e a Mira-falante coloca-se junto a edificação no ponto 2. Faz-se as leituras do ângulo alfa, fio médio, em metros e distância horizontal com a Trena, em metros e usa-se os dados determinados nas fórmulas abaixo:

$$\text{tg } \alpha = Z/\text{DH}$$

$$\text{DN} = Z + \text{FM}$$

Figura 46 –Determinação da altura da edificação.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

CAPÍTULO 14

CURVAS DE NÍVEL

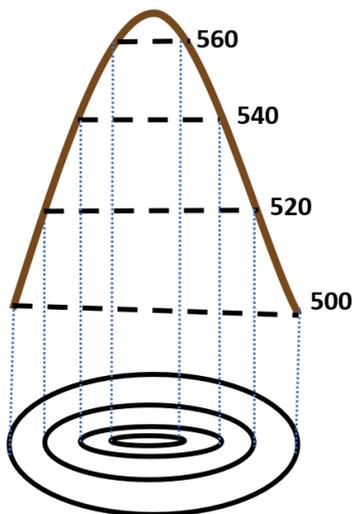
1. Conceito

Curvas de Nível são linhas imaginárias, no terreno e projetada no desenho, de iguais Altitudes, e que servem, entre outras coisas, para representar o relevo, em questão. As Curvas de Nível são formadas por Cotas ou Altitudes, a depender do plano de referência, e seguem algumas regras como veremos a seguir.

As Curvas de Nível são projeções ortogonais que representam todas as alturas do campo no desenho. Quando oriundas da natureza essas projeções são desenhadas no papel tornam-se curvas, pois os componentes do relevo tendem a serem curvos, devido ao desgaste natural das arestas, resultando em linhas curvas.

Um elemento importante das Curvas de Nível são as equidistâncias, pois por convenção, padronização, facilidade na leitura e interpretação, elas devem ser iguais. As equidistâncias são planos paralelos imaginários, distanciados igualmente, em determinada Cota/Altitude que tocam em volta do relevo.

Figura 47 – Representação do relevo (acima) em forma de Curvas de Nível (abaixo) e sua equidistância (20 m).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Outra consideração importante, quando se fala em equidistâncias, é que quanto menor for a equidistância, melhor será representado o relevo e quanto maior, poderá alguns elementos não serem representados. Mas essa relação de equidistância deve ser bastante estudada, pois não se deve utilizar muitas Curvas de Nível, pois poderá poluir o trabalho, além de torná-lo mais demorado, sem necessidade.

2. Relação equidistância e Escala

Não é uma regra absoluta, mas tomando como partida podemos relacionar a equidistância com a escala para que o desenho traga as informações necessárias sem poluí-lo. A Norma Brasileira 13133 que trata sobre os levantamentos topográficos, destaca essa relação.

Para escalas de 1:10000, deve-se como partida, utilizar a equidistância de 10 m, assim como 1:5000 usa-se 5 m, 1:2000 usa-se 2 m e entre 1:500 e 1:1000, usa-se 1 m (NBR 13133).

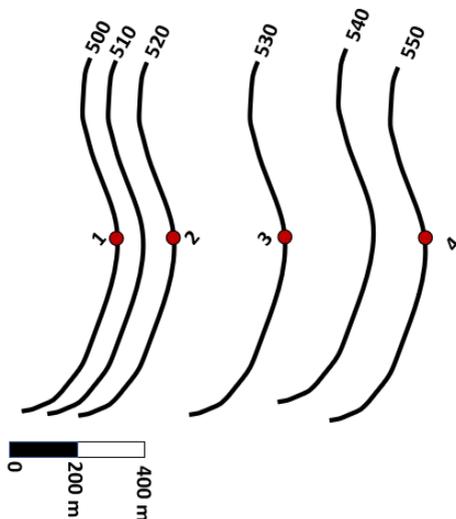
3. Características das Curvas de Nível

As Curvas de Nível seguem alguns critérios estabelecidos para padronização, melhor entendimento, eficiência e coerência.

As Curvas de Nível no relevo natural são isentas de curvas bruscas, devendo estas serem suaves. Outra característica importante é que elas jamais se cruzam ou se unem, por motivos óbvios, pois são linhas imaginárias de igual Altitude, então, Altitudes distintas jamais estariam em um mesmo ponto de informações altimétricas. Além dessas características, é importante saber que, quanto mais afastadas as Curvas de Nível indicam que o terreno é menos íngreme e quanto mais unidas o terreno é mais íngreme,

devido a relação da distância horizontal com a vertical, como vemos na Figura 48.

Figura 48 – Curvas afastadas e juntas.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Na figura acima (48), temos 6 Curvas de Nível equidistantes em 10 m. Para confirmarmos a afirmação de que quanto mais juntas o relevo é mais íngreme, vamos recorrer à fórmula de declividade, visto no capítulo 9.

A distância horizontal entre os pontos 1 e 2, segunda a escala gráfica é de 200 m e a distância horizontal entre os pontos 3 e 4 é de 400 m. Para ambas situações a distância vertical é de 20 m, já que a equidistância das Curvas de Nível é de 10 m. Então, vamos a resolução:

$$\text{Declividade}^{1-2} = (DV \times 100) / DH$$

$$\text{Declividade}^{1-2} = (20 \times 100) / 200$$

$$\text{Declividade}^{1-2} = 10\%$$

$$\text{Declividade}^{3-4} = (DV \times 100) / DH$$

$$\text{Declividade}^{3-4} = (20 \times 100) / 400$$

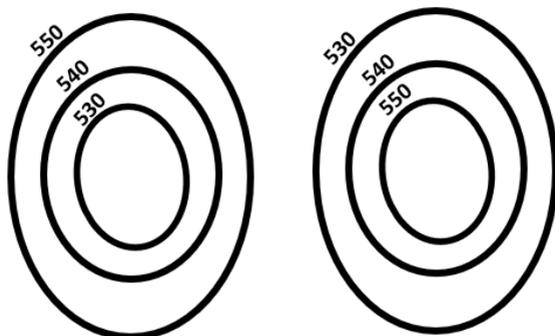
$$\text{Declividade}^{3-4} = 5\%$$

Como era de se esperar, a declividade do trecho 3-4 é menor do que a declividade do trecho 1-2.

Outra característica importante, é que elas nunca se interrompem. Na verdade, elas sempre formam círculos regulares e irregulares, de acordo com o relevo em volta delas. Caso haja em alguma carta, planta ou mapa alguma curva se interrompendo, só existe uma situação: elas se interrompem na planta, pois a planta é pequena e não cabe o relevo todo, continuando em outra planta.

Além dessas regras, existem características próprias delas que facilitam sua compreensão, como é o caso das depressões e elevações que a grosso modo, podem possuir o mesmo desenho, porém em sentidos altimétricos opostos, como mostra a Figura 49.

Figura 49 – Na esquerda depressão e direita elevação.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

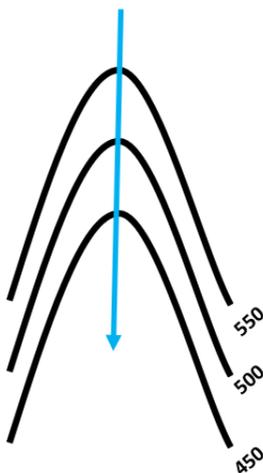
As Curvas de Nível devem ser desenhadas, de acordo com sua espessura, em intermediárias e mestras. As curvas mestras servem para facilitar a visualização das curvas e entendimento do relevo. Elas são de espessura mais grossa e nelas estão sendo informadas as Altitudes. Quando temos curvas mestras que são de 5 em 5, as 4 entre elas são intermediárias e não necessitam serem Cotadas. Quando não há necessidade de curvas mestras, todas se tornam comuns e Cotadas.

Quanto a cor do desenho, se forem utilizados mapas coloridos, elas devem estar em cor marrom ou roxo, porém se o mapa for monocromático, deve-se escolher a cor preta para todo o trabalho, inclusive as Curvas de Nível.

Outra característica importante das Curvas de Nível são os elementos que elas formam, dentre eles, talwegues, divisores e gargantas.

Os talwegues são linhas imaginárias onde se escorre a água em um relevo. Em uma planta, encontram-se os talwegues, quando o desenho das curvas esteja apontando no sentido curva de menor Altitude apontando para curva de maior Altitude, conforme Figura 50, caso contrário será divisor.

Figura 50 – Talvegue.

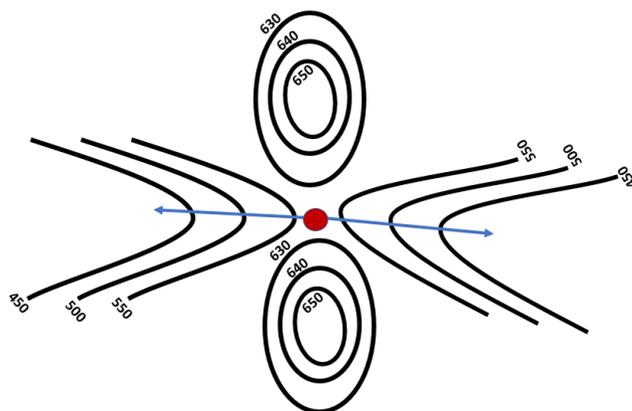


Fonte: Machado Júnior, 2026.

Os talwegues também surgem a partir de gargantas que são outro tipo de formação do relevo.

As gargantas são elementos formadores do relevo que possuem como característica ter um ponto mais alto entre dois talwegues e mais baixo entre dois divisores. É muito comum ter gargantas no relevo, como mostra o esquema de relevo da Figura 51.

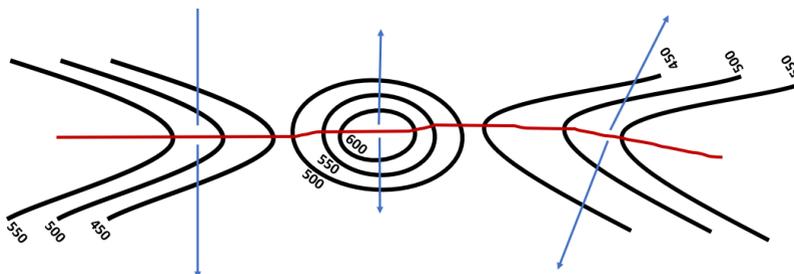
Figura 51 – Esquema de uma garganta.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Os divisores de água são outra característica do relevo que são facilmente identificados nas Curvas de Nível. Eles possuem a função de dividir a água em dois ou mais caminhos para seu escoamento. Os divisores de água são elementos fundamentais para a formação das bacias hidrográficas (Figura 52).

Figura 52- Esquema dos divisores de água.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

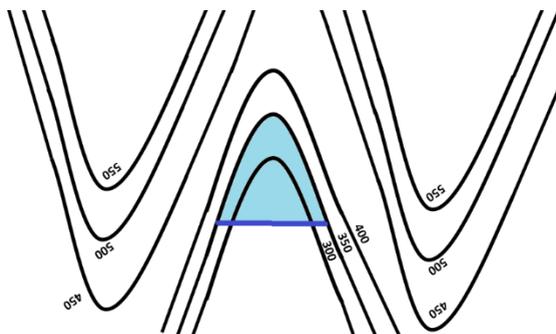
4. Curvas de Nível e hidrografia

Tendo em mãos uma planta com as Curvas de Nível é possível delimitar bacias, indicar os melhores lugares para construção de barragens, entre outras possibilidades.

Como as barragens são responsáveis pelo armazenamento de água, as Curvas de Nível devem ser escolhidas, de acordo com suas Altitudes, para conter totalmente as águas em um determinado volume. Elas obrigatoriamente devem estar dispostas perpendiculares aos talwegues iniciando na Cota X0 e sua Cota final Xf deve ser a altura máxima de acúmulo, com certa folga, dentro dos conceitos da engenharia.

Quando se traçar a linha da barragem deve-se ficar atento a iniciar o segmento numa Cota/Altitude e esse segmento deve terminar na Cota/Altitude de mesmo valor, passando por Cotas/Altitudes das quais será a altura máxima da barragem, como mostra a Figura 53.

Figura 53- Curvas de Nível e barragem.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

No caso da Figura 53, a barragem começa na Altitude 350 e vai até a Altitude 300, passando pela curva 300, ou seja, a barragem tem em torno de 50 metros de altura, acumulando o volume x , de acordo com as áreas em azul claro.

Para efeito didático de cálculo de volume, próximo capítulo, vamos fazer essa resolução. Imaginando que a área da Cota 350 seja 100 m^2 e da Cota 300 seja 80 m^2 , vamos aos cálculos:

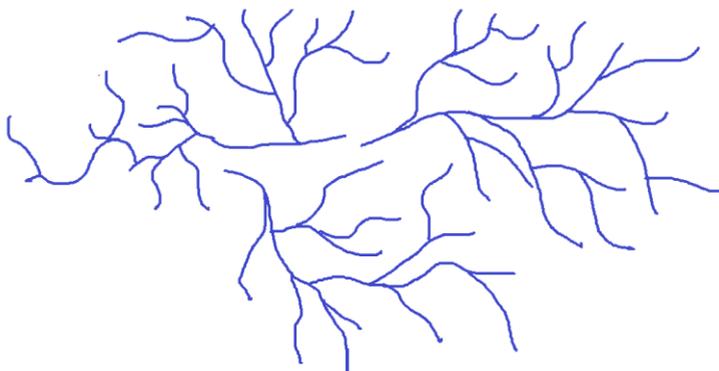
$$v = [(área \text{ Cota } 350 + \text{área Cota } 300)/2] \times eq]$$

$$v = [(100 + 80)/2] \times 50$$

$$\mathbf{v = 4500 \text{ m}^3}$$

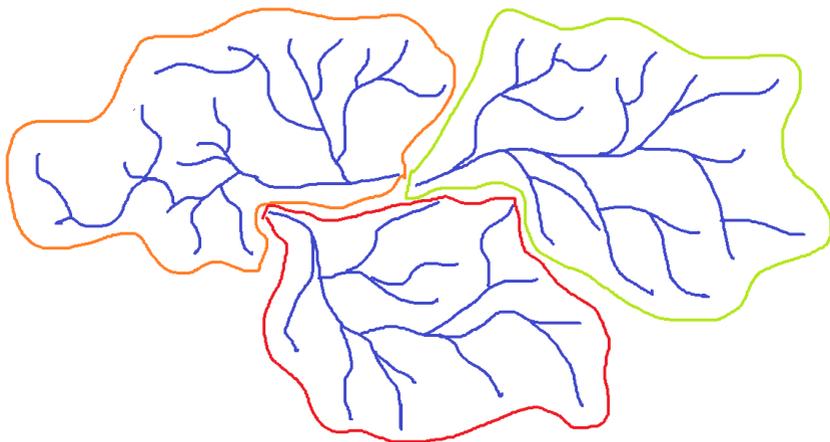
Os divisores de água, como explicado anteriormente, são responsáveis por delimitar as bacias hidrográficas. Através dos talwegues (rios), é possível traçar os divisores de água, formadores das bacias hidrográficas, como vemos nas Figuras 54 e 55.

Figura 54 – Rede de talwegues (rios).



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Figura 55 – Bacias delimitadas através dos talwegues.



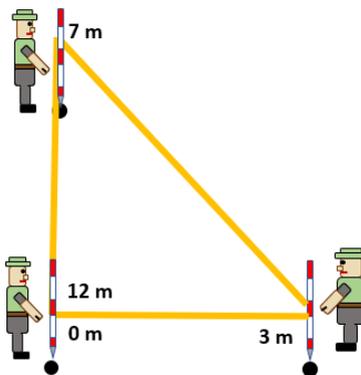
Fonte: Machado Júnior, 2026.

5. Quadriculação do terreno para obtenção das Curvas de Nível

Para obtenção das Curvas de Nível, o método da Quadriculação é bastante interessante e não requer equipamentos caros e sofisticados. É realizado com Trensas, Balizas e Nível de Luneta, este para obtenção das Cotas/Altitudes. Este método é recomendado para pequenas áreas e não muito íngremes, requer bom manejo de Trensas e noções de Trigonometria. Além de um prévio reconhecimento do local, é importante determinar o espaçamento que se vai obter os pontos Cotados, pois o tamanho dessa malha definirá a representação do relevo. Quanto mais plano for o relevo, pode-se aumentar o espaçamento da malha e quanto mais íngreme deve encurtar esse espaçamento.

Para começar o trabalho, escolhe-se o ponto de origem (0,0), onde deve-se traçar as coordenadas x e y do plano cartesiano a ser criado. Como sabemos, as linhas das coordenadas x e y apresentam entre si um ângulo de 90° , então, vamos criar esse ângulo através do uso de uma Trena e três Balizas, com auxílio de três pessoas. A primeira pessoa segurará a Baliza no valor 0 m da Trena, a segunda pessoa segurará a Baliza no valor 3 m da Trena e a terceira pessoa segurará a Trena com valor 7 m na Baliza e voltando a primeira pessoa que segurará também o valor de 12 m da Trena, formando todos um triângulo reto entre as três Balizas a partir dos valores da Trena, conforma a Figura 56.

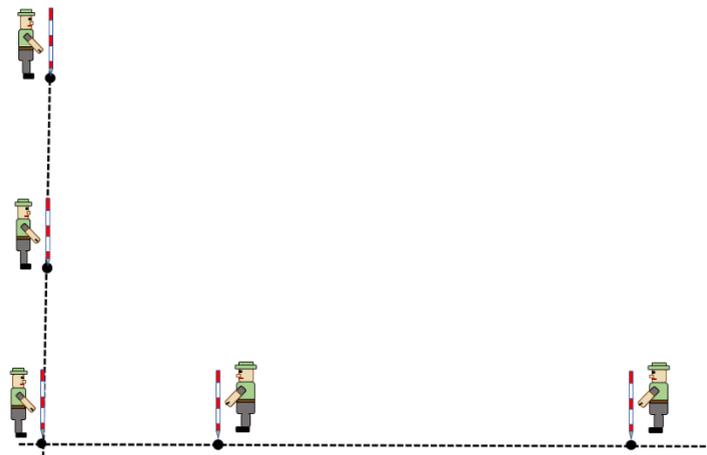
Figura 56 – Formação dos lados 3 m, 4 m e 5 m para obter o ângulo reto, formador das linhas das coordenadas x e y.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Após a formação do ângulo das linhas das coordenadas, colocam-se as Balizas alinhadas aos dois catetos das Balizas para formação das linhas das coordenadas x e y , conforme Figura 57.

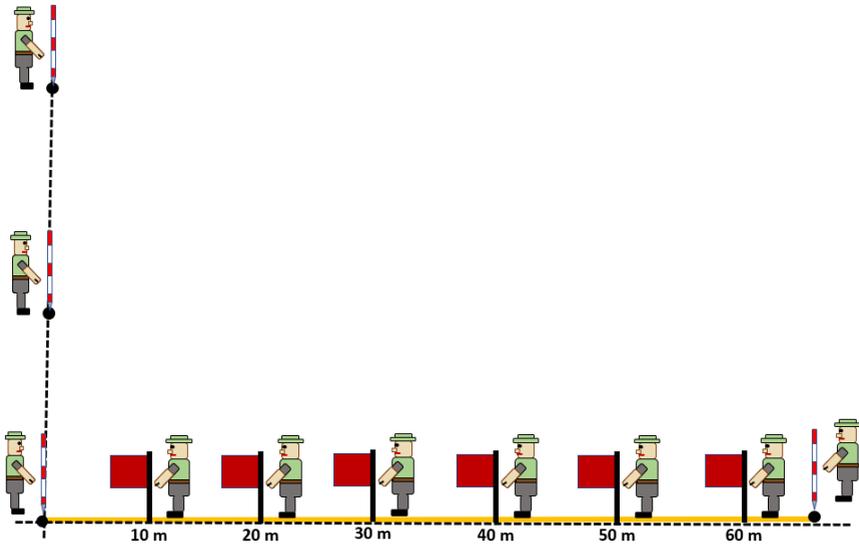
Figura 57 – Balizas alinhadas para formação das linhas das coordenadas x e y .



Fonte: Machado Júnior, 2026.

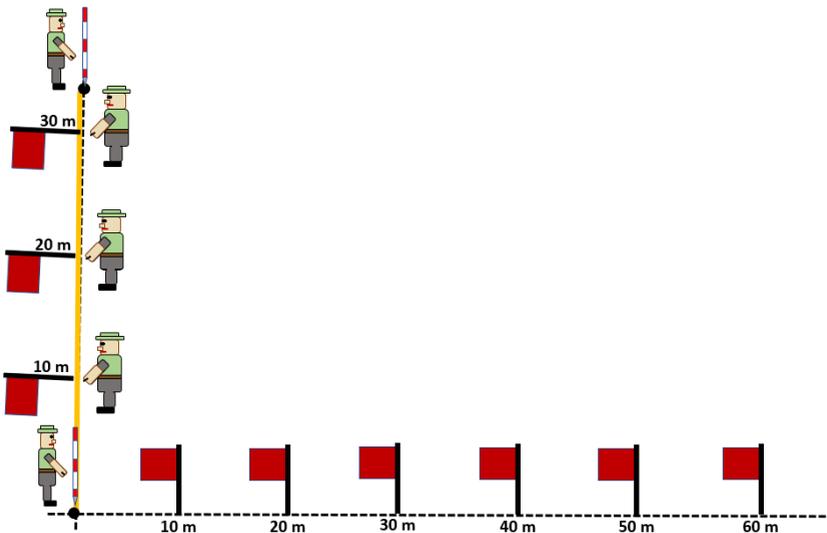
A partir das Balizas já alinhadas e definidos os espaçamentos, nesse caso, vamos escolher 10 m, usa-se a Trena e bandeiras para definir as coordenadas da base x e y , conforme as Figuras 58 e 59.

Figura 58 – Definição das coordenadas x.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

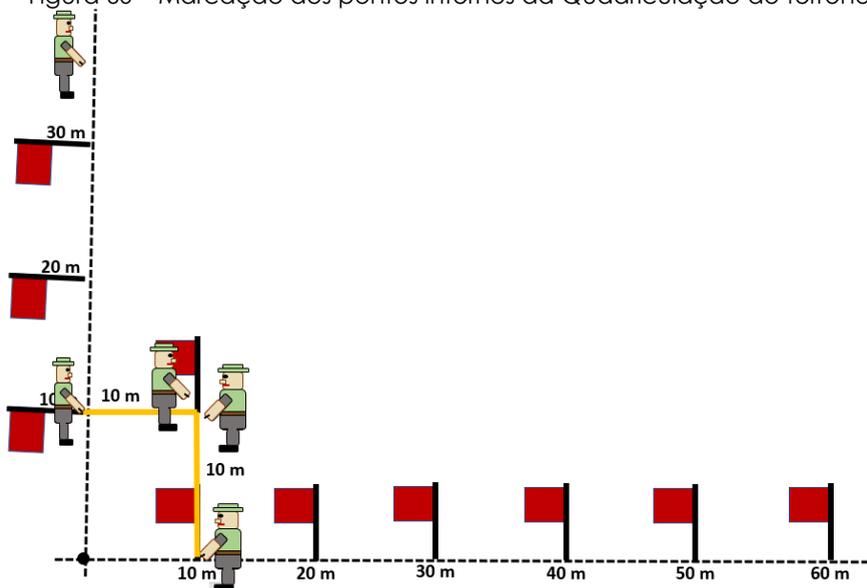
Figura 59 – Definição das coordenadas y.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Após essas etapas, com auxílio de duas Trenas e 4 pessoas, marcam-se os pontos internos das coordenadas x e y, onde dois usuários ficarão segurando as Trenas nas bases das coordenadas e mais dois segurarão as Trenas nos valores 10 m, onde as Trenas se encontrarem será o ponto intermediário, formando um quadrado de 10 m, conforme Figura 60.

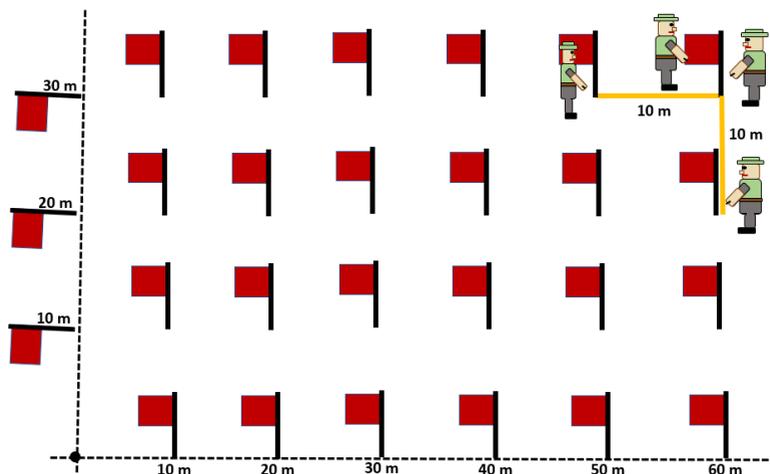
Figura 60 – Marcação dos pontos internos da Quadriculação do terreno.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

E repete-se o trabalho até que todas as bandeiras sejam colocadas, conforme a Figura 61.

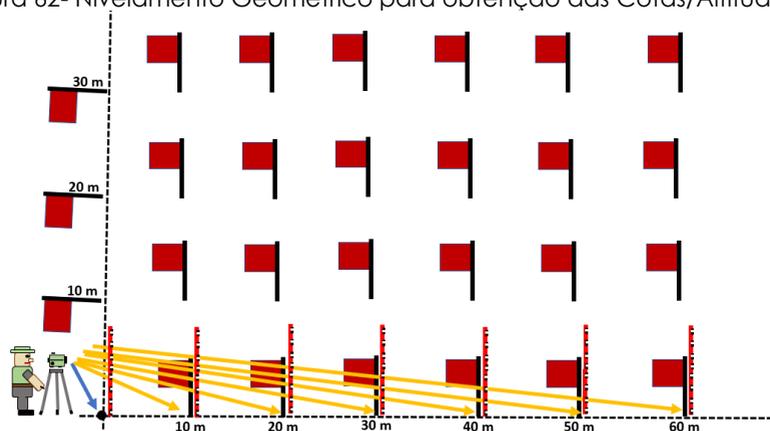
Figura 61 – Colocação completa das bandeiras.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

Após terminada a Quadrículação do terreno, obtém-se as Cotas/Altitudes, através do Nivelamento Geométrico, conforme Figura 62.

Figura 62- Nivelamento Geométrico para obtenção das Cotas/Altitudes.



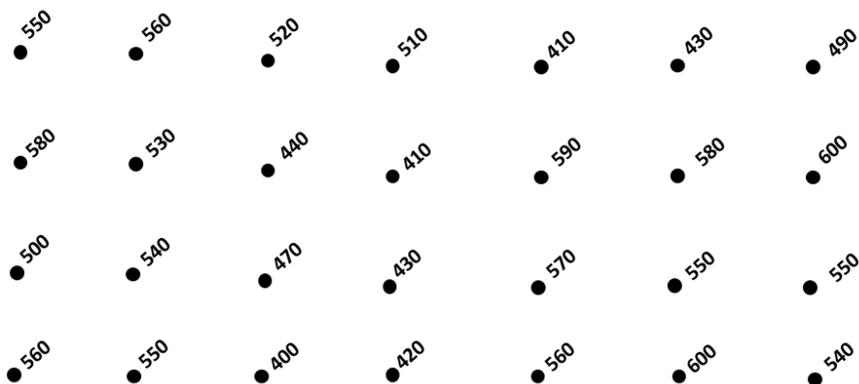
Fonte: Machado Júnior, 2026.

6. Interpolação de pontos

Após a determinação dos Pontos Cotados, através da Quadriculação, iniciaremos a interpolação para geração das Curvas de Nível.

Imaginemos que para o trabalho anterior de Quadriculação, obtivemos os seguintes Pontos Cotados (Figura 63).

Figura 63 – Pontos Cotados obtidos hipoteticamente.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

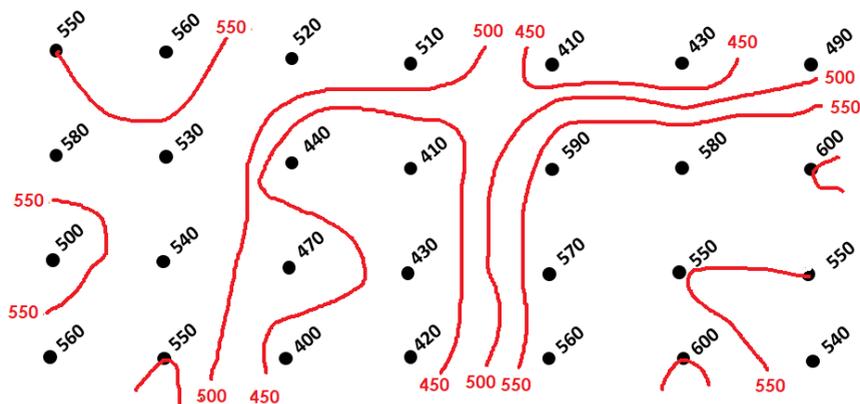
a) Interpolação vertical das Curvas de Nível através da Quadriculação

Sabe-se que existem uma variedade de pontos determinados em uma Quadriculação e, para geração das Curvas de Nível, temos que interpolar esses pontos de forma a juntar, em formas de linhas, os valores de igual Altitude ou Cota. Para tanto,

escolhemos os valores das equidistâncias das Curvas de Nível, através dos valores máximo e mínimo na malha de Pontos Cotados, e só assim, definimos esse intervalo (equidistância).

Em nosso caso, o maior valor é 600 m e o menor é 400 m. Então, podemos escolher equidistâncias de 10 m, 20 m, 25 m, 50 m e 100 m. Quanto menor a equidistância, teremos mais Curvas de Nível e melhor será representado o relevo. Por outro lado, quanto mais Curvas de Nível, mais trabalhoso e poluído será o desenho. Assim, escolheremos o valor de 50 m., ou seja, trabalharemos com as curvas 400 m, 450 m, 500 m, 550 m e 600 m (Figura 64).

Figura 64 – Traçado das Curvas de Nível 450, 500, 550 e 600.

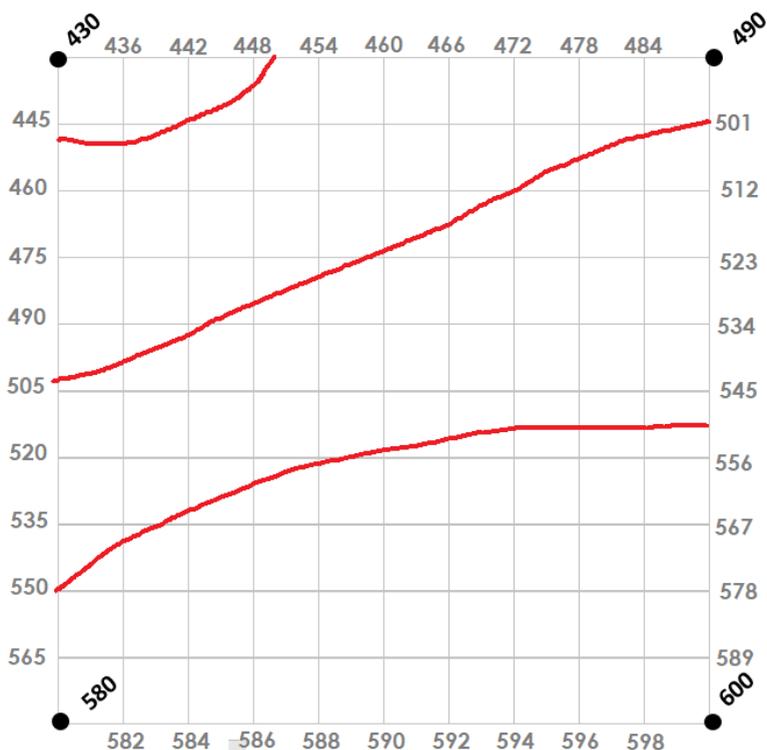


Fonte: Machado Júnior, 2026.

b) Interpolação horizontal das Curvas de Nível através da Quadriculação

Quando uma determinada curva passa entre dois pontos conhecidos, deve-se respeitar a interpolação horizontal, ou seja, a proporcionalidade das distâncias, conforme o desenho abaixo (Figura 65).

Figura 65 – Interpolação horizontal e traçado das Curvas de Nível.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

No caso acima, as Curvas de Nível devem passar proporcionais aos seus devidos valores. A curva 450 deverá passar mais aproximado da 430 (por restar 20) do que da 490 (por restar 40). Para determinação do local exato, subtraímos 490 de 430, obtivemos 60, e então, dividimos esse valor 10 quadrados de 6, formando valores intermediários de 436, 442, 448, 454, 460, 466, 472, 478 e 484, facilitando assim, onde irá passar horizontalmente a curva de nível. Os mesmos procedimentos foram realizados para 600-490, 600-580 e 580-430, na mesma figura. Notem que, a curva 500 está passando bem próxima do 490 e bem longe do 600, lógico que, nessa situação, fica razoável fazer essa proporção, mas de fato, deve-se fazer o cálculo para que se coloque a curva no valor verdadeiramente proporcional.

CAPÍTULO 15

BATIMETRIA

1. Conceito

É a parte da Altimetria que tem como objetivo medir porções da terra abaixo do nível da água, sendo estes, rios, lagos, lagoas, açudes, mares e oceanos. O termo vem do grego *bathys* que significa profundo. Como todo trabalho altimétrico, a metodologia consiste em determinar as coordenadas tridimensionais de cada ponto formadoras do relevo em questão.

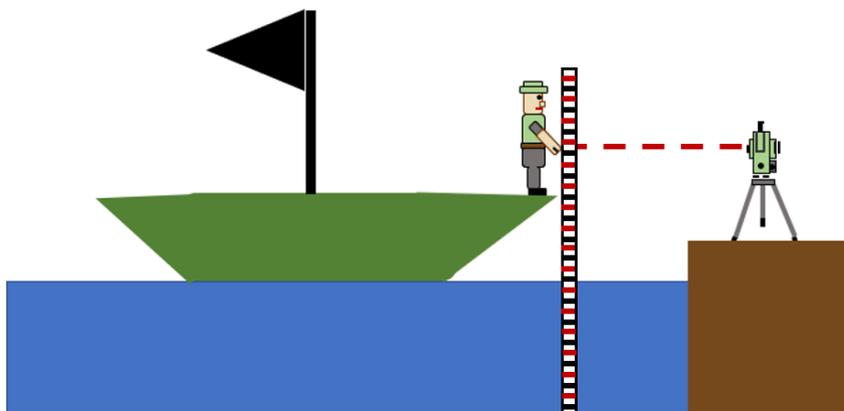
2. Metodologias e instrumentos de medições

Existem duas metodologias principais para medição do relevo das águas: topobatimetria e ecobatimetria (batimetria através de onda sonoras).

A topobatimetria, como o próprio nome sugere, devido usar metodologias próprias da Topografia. É uma metodologia onde usa-se um bastão verticalizado nos pontos que se quer levantar no leito do corpo de água com auxílio da Estação total ou GNSS para determinação dos pontos. Antigamente essa técnica era realizada por cabos. Essa técnica era muito passível de erros,

mais demorada e mais difícil de se trabalhar. Normalmente, a topobatimetria é usada em corpos de água de profundidades rasas e de pouca correnteza, devido às limitações dos bastões e movimento das embarcações. Possui a coleta demorada e custo elevado, devido a mão-de-obra mais especializada do que um levantamento topográfico comum (fora da água), conforme a Figura 66.

Figura 66- Medição por topobatimetria.



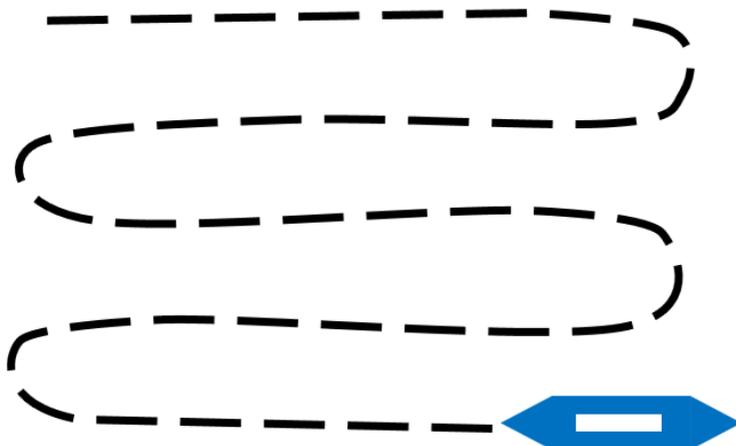
Fonte: Machado Júnior, 2026.

Tanto a topobatimetria quanto a ecobatimetria, deve-se planejar o tipo e tamanho da embarcação, de acordo com a correnteza, dificuldades da flora e tamanho do levantamento.

As metodologias de Ecobatímetro, podendo ser simples (mono-feixe) ou múltiplo (multi-feixe), são caracterizadas por o uso de uma embarcação na qual, dentro dela, está acoplada ou inserida este instrumento (Ecobatímetro), capaz de enviar

frequências sonoras capazes de captar a profundidade do determinado ponto. Essa metodologia consiste em rotas em sentido de vários “s” alongados no intuito de nenhum espaço ficar descoberto para coleta dos dados (Figura 67).

Figura 67 – Sentido da ecobatimetria.



Fonte: Machado Júnior, 2026.

A diferença crucial entre mono-feixe e multi-feixe são a quantidade feixes de radiações eletromagnéticas emitidas. Enquanto a mono-feixe emite apenas 200 kHz a multi-feixe emite 20 kHz e 200 kHz, permitindo este, um trabalho mais refinado delimitando regiões não captáveis pelo mono-feixe, como lodo e matéria orgânica, por exemplo.

Em se comparado com a topobatimetria, a ecobatimetria é menos demorada e acontecem menos imprevisto. Porém, se

realizada de forma adequada, a topobatimetria é mais exata do que esta metodologia.

Apesar do produto final da ecobatimetria ser característico da Topografia, não vamos nos detalhar nela, pois é uma técnica que envolve sensores, instrumentos não característicos da Topografia, portanto, vamos dar mais evidência a metodologia genuína da Topografia, a Topobatimetria.

3. Topobatimetria por estações totais

A Topobatimetria utilizando Estações Totais ocorre de maneira muito similar ao levantamento topográfico por coordenadas, usando a Estação total. A diferença ocorre simplesmente por haver um planejamento para coleta dos pontos de interesse do corpo de água, seja por Quadrículação, Seção Transversal ou Margeamento.

O procedimento consiste em marcar dois pontos fixos de apoio que denominaremos de Estação Ocupada (E0) e Ré (E1) que estarão fora do corpo da água. Após marcar os pontos de apoio, se faz a instalação da Estação Total em cima do ponto E1, fazendo a centragem e calagem do equipamento e atribuindo a coordenada (0,0,0) ou aleatória ou ainda com auxílio do GNSS de Precisão. Após isso, coloca-se o bastão com prisma no ponto de Ré de mede-se a coordenada deste ponto, através de Trena ou com a própria Estação Total. Por exemplo, se a distância da

Estação Ocupada até a Ré for de 5 m e a Diferença de Nível for 1 m positiva, podemos usar na Ré a coordenada (0,5,1).

Após a instalação do instrumento e bastão e definição das coordenadas, o usuário da Estação Total vira seu instrumento para os pontos de interesse que estarão no corpo de água. O outro usuário estará no barco, nos locais adequados, de acordo com o planejamento para colocar o bastão com prisma (montado no barco), no ponto exato que se vai determinar a coordenada. Então, se faz a medição, através de Estação Total e, gerará automaticamente, a coordenada tridimensional do local, restando fazer todos os pontos para determinação completa do relevo.

Caso não possa visualizar todos os pontos, haverá necessidade de mudança de estação. Após o término da coleta de dados, o usuário passará os dados da Estação Total para um pendrive, fará a conversão para extensão dwg ou específico de um programa de CAD e levará para o CAD 3D para fazer ajustes e confecções do relevo.

CAPÍTULO 16

CÁLCULO DE VOLUME

1. Conceito

O volume é uma variável física tridimensional na qual faz parte da formação e representação do relevo. Em Topografia, o uso do cálculo de volume serve para entender, analisar, representar e viabilizar a construção de edificações, pontes, aeroportos, agricultura, entre outros.

O transporte de grandes volumes de terra para aterrar ou cortar determinado local é bastante oneroso. Por via de regra, deve-se calcular o volume de um determinado terreno, afim de se saber a quantidade de terra que será retirada e/ou colocada para que haja o mínimo de movimento possível de terra.

Os volumes nos terrenos são calculados de acordo com as figuras geométricas tridimensionais regulares existentes, como cubos, paralelepípedos, pirâmides, esferas, cones, entre outros.

Na natureza, deve-se fazer cálculos através das Curvas de Nível, pois este tipo de metodologia, nos traz valores aproximados dos valores verdadeiros, minimizando os erros, devido à dificuldade de representar fielmente o terreno.

2. Cálculo de volumes em Curvas de Nível

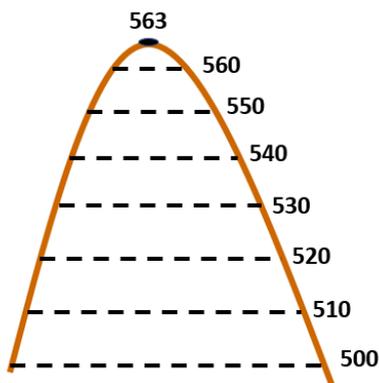
O princípio se baseia em determinar o volume de um relevo, através das Curvas de Nível, a partir do cálculo da média das áreas desses paralelepípedos, conforme a fórmula abaixo:

$$V = \frac{A1 + A2}{2} \times eq$$

Vamos fazer o exemplo abaixo:

Sabendo que as áreas das **Cotas** são:

500 = 1000 m², 510 = 950 m², 520 = 900 m², 530 = 850 m², 540 = 800 m², 550 = 750 m² e 560 = 700 m².



Nesse caso, vamos ter 7 volumes.

$$Vt = v1+v2+v3+v4+v5+v6+v7$$

$$V1: [(Área Cota 500 + área Cota 510) / 2] \times 10$$

$$V2: [(Área Cota 510 + área Cota 520) / 2] \times 10$$

$$V3: [(Área Cota 520 + área Cota 530) / 2] \times 10$$

$$V4: [(Área Cota 530 + área Cota 540) / 2] \times 10$$

$$V5: [(Área Cota 540 + área Cota 550) / 2] \times 10$$

$$V6: [(Área Cota 550 + área Cota 560) / 2] \times 10$$

$$V7: (Área Cota 560 \times altura do pico) / 3 \text{ [fórmula do cone]}$$

Então,

$$V1: [(1000 \text{ m}^2 + 950 \text{ m}^2) / 2] \times 10$$

$$V2: [(950 \text{ m}^2 + 900 \text{ m}^2) / 2] \times 10$$

$$V3: [(900 \text{ m}^2 + 850 \text{ m}^2) / 2] \times 10$$

$$V4: [(850 \text{ m}^2 + 800 \text{ m}^2) / 2] \times 10$$

$$V5: [(800 \text{ m}^2 + 750 \text{ m}^2) / 2] \times 10$$

$$V6: [(750 \text{ m}^2 + 700 \text{ m}^2) / 2] \times 10$$

$$V7: [(700 \text{ m}^2 \times 3) / 3]$$

Então,

$$V1: 9750 \text{ m}^3$$

$$V2: 9250 \text{ m}^3$$

$$V3: 8750 \text{ m}^3$$

$$V4: 8250 \text{ m}^3$$

$$V5: 7750 \text{ m}^3$$

$$V6: 7250 \text{ m}^3$$

$$V7: 700 \text{ m}^3$$

$$Vt = 9750 \text{ m}^3 + 9250 \text{ m}^3 + 8750 \text{ m}^3 + 8250 \text{ m}^3 + 7750 \text{ m}^3 + 7250 \text{ m}^3 + 700$$

$$\text{m}^3$$

$$Vt = 51700 \text{ m}^3$$

Exercício explicado:

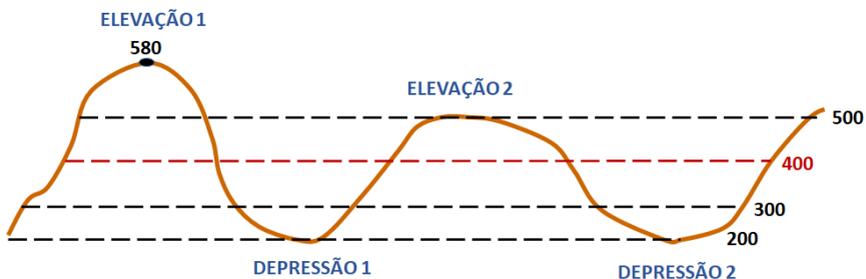
Sabendo que as áreas de duas montanhas e duas depressões são de valor:

elevação 1 : Cota 200 = 1000 m², Cota 300 = 800 m², Cota 400 = 750 m² e Cota 500 = 500 m².

elevação 2 : Cota 200 = 1100 m², Cota 300 = 950 m² e Cota 400 = 830 m².

depressão 1 : Cota 500 = 900 m², Cota 400 = 800 m² e Cota 300 = 750 m².

depressão 2 : Cota 500 = 1200 m², Cota 400 = 1000 m² e Cota 300 = 800 m².



- a) Calcule os volumes de cada elevação e depressão
- b) Se queremos usar a Cota 400 como linha de greide, quanto de volume de areia deve-se cortar ou aterrar para se nivelar a esta Cota.

*Ac= área da Cota

a) Resolução

Volume elevação 1:

$$Ve1 = v1 + v2 + v3 + v4 = 238.000 \text{ m}^3$$

$$v1 = (Ac200 + Ac300) / 2 \times 100 = 90.000 \text{ m}^3$$

$$v2 = (Ac300 + Ac400) / 2 \times 100 = 77.500 \text{ m}^3$$

$$v3 = (Ac400 + Ac500) / 2 \times 100 = 62.500 \text{ m}^3$$

$$v4 = (Ac300 \times 80) / 3 = 8.000 \text{ m}^3$$

Volume elevação 2:

$$Ve2 = v1 + v2 + v3 = 219.160 \text{ m}^3$$

$$v1 = (Ac200 + Ac300) / 2 \times 100 = 102.500 \text{ m}^3$$

$$v2 = (Ac300 + Ac400) / 2 \times 100 = 89.000 \text{ m}^3$$

$$v3 = (Ac400 \times 100) / 3 = 27.666 \text{ m}^3 \text{ (Fórmula do cone, pois não há formação de área na Cota 500).}$$

Volume depressão 1:

$$Ve1 = v1 + v2 + v3 = 187.500 \text{ m}^3$$

$$v1 = (Ac500 + Ac400) / 2 \times 100 = 85.000 \text{ m}^3$$

$$v2 = (Ac400 + Ac300) / 2 \times 100 = 77.500 \text{ m}^3$$

$$v3 = (Ac400 \times 100) / 3 \times 100 = 25.000 \text{ m}^3$$

Volume depressão 2:

$$V_{e1} = v_1 + v_2 + v_3 = 230.000 \text{ m}^3$$

$$v_1 = (A_{c500} + A_{c400}) / 2 \times 100 = 110.000 \text{ m}^3$$

$$v_2 = (A_{c400} + A_{c300}) / 2 \times 100 = 90.000 \text{ m}^3$$

$$v_3 = (A_{c400} \times 100) / 3 \times 100 = 30.000 \text{ m}^3$$

Volume total do terreno = 874.160 m³

b) Resolução

Volume elevação 1 acima da Cota 400:

$$V_1 = (A_{c400} + A_{c500}) / 2 \times 100 = 62.500 \text{ m}^3$$

$$V_2 = (A_{c300} \times 80) / 3 = 8.000 \text{ m}^3$$

Volume para cortar = 70.500 m³

Volume elevação 2 acima de 400:

$$V_1 = (A_{c400} \times 100) / 3 = 27.666 \text{ m}^3$$

Volume para cortar = 27.666 m³

Volume depressão 1 abaixo de 400:

$$V_1 = (A_{c400} + A_{c300}) / 2 \times 100 = 77.500 \text{ m}^3$$

$$V_2 = (A_{c400} \times 100) / 3 \times 100 = 25.000 \text{ m}^3$$

Volume para aterrar = 102.500 m³

Volume depressão 2 abaixo de 400:

$$V1=(Ac400+Ac300)/2 \times 100 = 90.000 \text{ m}^3$$

$$V2=(Ac400 \times 100)/3 \times 100 = 30.000 \text{ m}^3$$

Volume para aterrar = 120.000 m³

Cálculo Final:

Cortar = 98.166 m³

Aterrar = 222.500 m³

Precisaremos de 124.333 m³ de areia para aterrar.

REFERÊNCIAS

COELHO JUNIOR, J. M.; ROLIM NETO, F. C.; ANDRADE, J. S. C. O. Topografia Geral. 1 ed. Recife, Editora UFRPE, 2014.

COELHO JUNIOR, J. M.; ROLIM NETO, F. C.; ANDRADE, J. S. C. O. Topografia Geral. 2 ed. Recife, Editora UFRPE, 2020.

COMASTRI, J. A. & GRIPP JR. J. Topografia aplicada: Medição, divisão e demarcação. Viçosa: UFV, 1998.

DOUBEK, A. Topografia. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1989, 205p.

ESPARTEL, L. Curso de Topografia. 9 ed. Rio de Janeiro, Globo, 1987.

MACHADO JUNIOR. Topografia Básica. 1ª Ed. Recife. 2022.

MACHADO JUNIOR. Topografia Básica. 2ª Ed. Recife. 2024.

MAZOYER, M.; ROUDART, L. História das Agriculturas no Mundo. Do Neolítico à crise contemporânea. São Paulo, Editora UNESP, 2008.

MCCORMAC, J. Topografia. 5 ed. Rio de Janeiro, Editora LTC, 2007.

VALENTINE, T. A Grande Pirâmide. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1976. Pré-história, História antiga.

